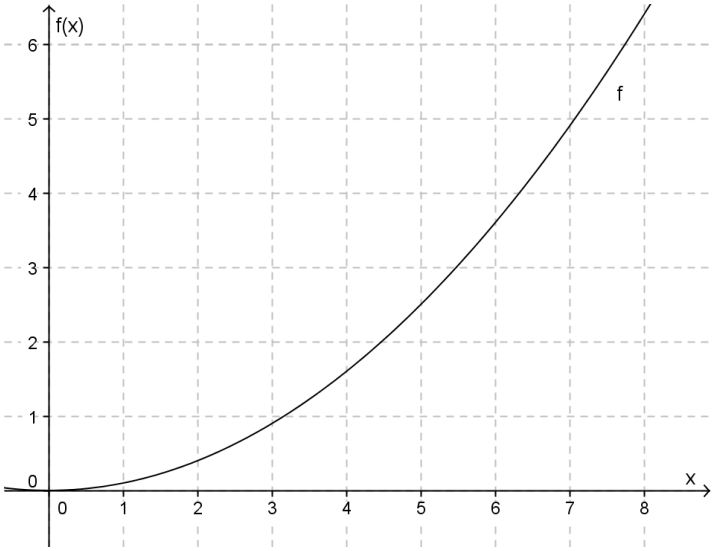
Änderungsmaße

Aufgabennummer: 1_004	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)	Grundkompetenz: AN 1.3

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Funktion f mit der Gleichung $f(x) = 0{,}1x^2$.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die für die gegebene Funktion f zutreffend sind!

Die absolute Änderung in den Intervallen [0; 3] und [4; 5] ist gleich groß.	☐
Die mittlere Änderungsrate der Funktion f in den Intervallen [0; 2] und [2; 4] ist gleich.	☐
Die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 5$ hat den Wert 2,5.	☐
Die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 2$ ist größer als die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 6$.	☐
Die Steigung der Sekante durch die Punkte $A = (3\|f(3))$ und $B = (6\|f(6))$ ist größer als die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 3$.	☐

Lösungsweg

Die absolute Änderung in den Intervallen [0; 3] und [4; 5] ist gleich groß.	☒
Die mittlere Änderungsrate der Funktion f in den Intervallen [0; 2] und [2; 4] ist gleich.	
Die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 5$ hat den Wert 2,5.	
Die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 2$ ist größer als die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 6$.	
Die Steigung der Sekante durch die Punkte $A = (3\|f(3))$ und $B = (6\|f(6))$ ist größer als die momentane Änderungsrate an der Stelle $x = 3$.	☒

Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

Freier Fall

Aufgabennummer: 1_093	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AN 1.3

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Für einen frei fallenden Körper ist eine Zeit-Weg-Funktion $s(t)$ durch $s(t) = \frac{g}{2} \cdot t^2$ gegeben. Dabei ist $g \approx 10$ m/s² die Fallbeschleunigung.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit in m/s im Zeitintervall [2; 4] Sekunden!

Möglicher Lösungsweg

$$\overline{v} = \frac{s(4) - s(2)}{4 - 2} = \frac{80 - 20}{2} = 30$$

Die mittlere Geschwindigkeit beträgt 30 m/s.

Lösungsschlüssel

Es muss ein Lösungsweg erkennbar sein. Die Angabe der korrekten Maßzahl ohne entsprechende Einheit ist ausreichend.

Freier Fall – Momentangeschwindigkeit

Aufgabennummer: 1_094	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AN 1.3

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Für einen frei fallenden Körper ist eine Zeit-Weg-Funktion $s(t)$ durch $s(t) = \frac{g}{2} \cdot t^2$ gegeben. Dabei ist $g \approx 10$ m/s² die Fallbeschleunigung.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Momentangeschwindigkeit in m/s zum Zeitpunkt $t = 2$ Sekunden!

Möglicher Lösungsweg

$v(t) = s'(t) = 10t$

$v(2) = 20$

Die Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt $t = 2$ Sekunden beträgt 20 m/s.

Lösungsschlüssel

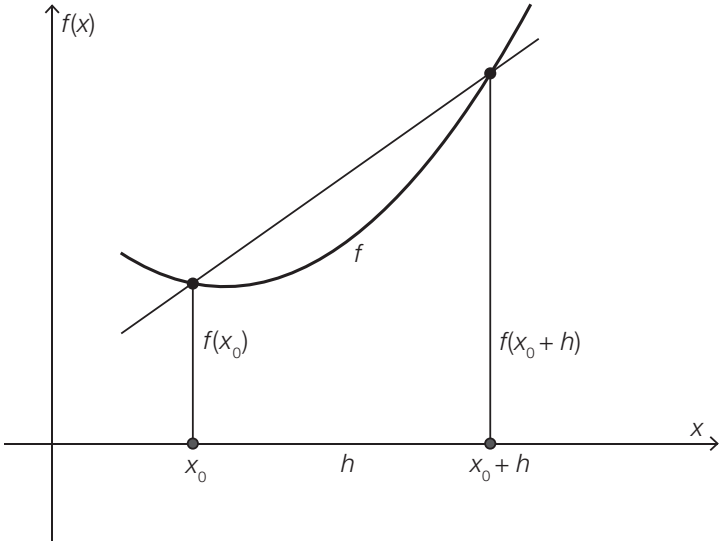
Es muss ein Lösungsweg erkennbar sein. Die Angabe der korrekten Maßzahl ohne entsprechende Einheit ist ausreichend.

Differenzenquotient

Aufgabennummer: 1_003	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Lückentext	Grundkompetenz: AN 1.3

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f mit einer Sekante.



Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Der Ausdruck ____①____ beschreibt die ____②____.

①	
$\frac{f(x) - f(x_0)}{h}$	☐
$\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$	☐
$\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{x_0}$	☐

②	
die Steigung von f an der Stelle x	☐
die 1. Ableitung der Funktion f	☐
die mittlere Änderungsrate im Intervall $[x_0; x_0 + h]$	☐

Lösungsweg

Der Ausdruck ____①____ beschreibt die ____②____.

①	
$\frac{f(x) - f(x_0)}{h}$	
$\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$	☒
$\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{x_0}$	

②	
die Steigung von f an der Stelle x	
die 1. Ableitung der Funktion f	
die mittlere Änderungsrate im Intervall $[x_0; x_0 + h]$	☒

Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die beiden zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

Differenzenquotient*

Aufgabennummer: 1_151	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AN 1.3

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Eine Funktion s: $[0; 6] \rightarrow \mathbb{R}$ beschreibt den von einem Radfahrer innerhalb von t Sekunden zurückgelegten Weg.

Es gilt: $s(t) = \frac{1}{2}t^2 + 2t$.

Der zurückgelegte Weg wird dabei in Metern angegeben, die Zeit wird ab dem Zeitpunkt $t_0 = 0$ in Sekunden gemessen.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie den Differenzenquotienten der Funktion s im Intervall $[0; 6]$ und deuten Sie das Ergebnis!

* Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. https://www.bifie.at/node/2389) entnommen.

Möglicher Lösungsweg

$$\frac{s(6) - s(0)}{6 - 0} = \frac{30 - 0}{6} = 5$$

Das Ergebnis bedeutet, dass die mittlere Geschwindigkeit (auch Durchschnittsgeschwindigkeit) des Radfahrers im Zeitintervall [0; 6] 5 m/s beträgt.

Lösungsschlüssel

Die Lösung gilt als richtig, wenn der Differenzenquotient richtig berechnet und gedeutet wurde.

Bewegung eines Körpers

Aufgabennummer: 1_176	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Lückentext	Grundkompetenz: AN 1.2

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☐ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Bei der Bewegung eines Körpers gibt die Zeit-Weg-Funktion seine Entfernung s (in m) vom Ausgangspunkt seiner Bewegung nach t Sekunden an.

Der Differenzenquotient $\frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$ gibt seine mittlere Geschwindigkeit im Zeitintervall $[t_1; t_2]$ an.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Der Ausdruck $\lim_{t_2 \to t_1} \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$ gibt die ____①____ ____②____ an.

①	
Momentangeschwindigkeit	☐
Momentanbeschleunigung	☐
durchschnittliche Beschleunigung	☐

②	
zwischen den Zeitpunkten t_1 und t_2	☐
zum Zeitpunkt t_1	☐
zum Zeitpunkt t_2	☐

Lösungsweg

①	
Momentangeschwindigkeit	☒

②	
zum Zeitpunkt t_1	☒

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn für beide Lücken ausschließlich der jeweils richtige Satzteil angekreuzt ist.

Mittlere Änderungsrate

Aufgabennummer: 1_169	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: offenes Format	Grundkompetenz: AN 1.1

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = x^2 + 2$.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate von f im Intervall $[1; 3]$!

Lösungsweg

$$\frac{f(3) - f(1)}{2} = 4$$

Lösungsschlüssel

Ein Punkt für die Angabe des korrekten Wertes.

Freier Fall eines Körpers

Aufgabennummer: 1_174	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AN 1.3

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Die Funktion s mit $s(t) = \frac{g}{2} \cdot t^2$ ($g \approx 10$ m/s²) beschreibt annähernd den von einem Körper in der Zeit t (in Sekunden) im freien Fall zurückgelegten Weg $s(t)$ (in m).

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die erste Ableitung s' der Funktion s an der Stelle t_1 beschreibt die Momentangeschwindigkeit des Körpers zum Zeitpunkt t_1.	☐
Die zweite Ableitung s'' der Funktion s an der Stelle t_1 beschreibt die momentane Änderungsrate der Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t_1.	☐
Der Differenzenquotient der Funktion s im Intervall $[t_1; t_2]$ gibt den in diesem Intervall zurückgelegten Weg an.	☐
Der Differenzialquotient der Funktion s an einer Stelle t gibt den Winkel an, den die Tangente an den Graphen im Punkt $P = (t \mid s(t))$ mit der positiven x-Achse einschließt.	☐
Der Differenzenquotient der Funktion s' im Intervall $[t_1; t_2]$ gibt die mittlere Änderung der Geschwindigkeit pro Sekunde im Intervall $[t_1; t_2]$ an.	☐

Lösung

Die erste Ableitung s' der Funktion s an der Stelle t_1 beschreibt die Momentangeschwindigkeit des Körpers zum Zeitpunkt t_1.	☒
Die zweite Ableitung s'' der Funktion s an der Stelle t_1 beschreibt die momentane Änderungsrate der Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t_1.	☒
Der Differenzenquotient der Funktion s' im Intervall $[t_1; t_2]$ gibt die mittlere Änderung der Geschwindigkeit pro Sekunde im Intervall $[t_1; t_2]$ an.	☒

Lösungsschlüssel

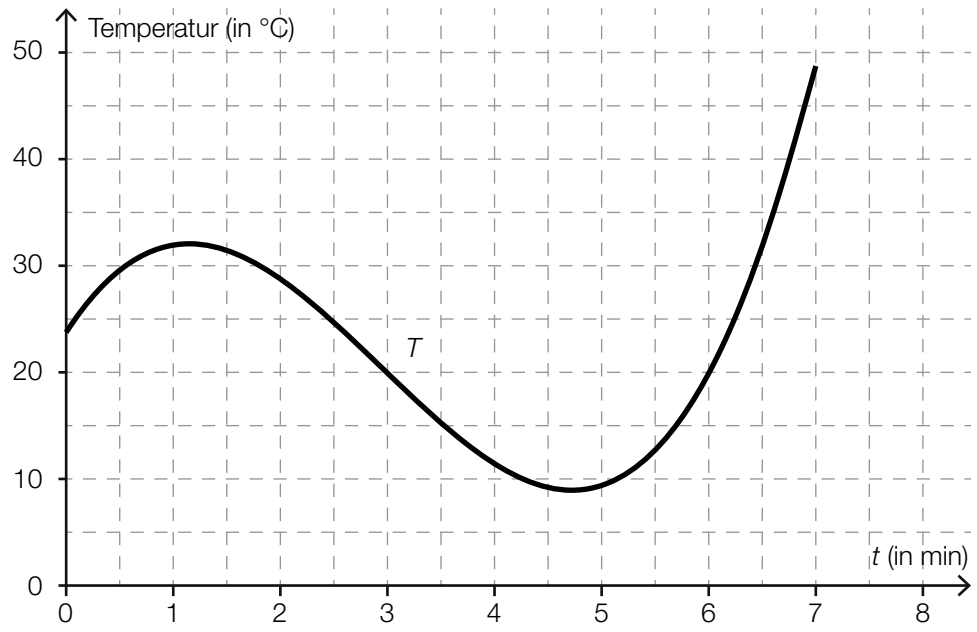
Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau drei Aussagen angekreuzt sind und alle Kreuze richtig gesetzt sind.

Temperaturverlauf

Aufgabennummer: 1_286	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AN 1.3

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Aus dem nachstehend dargestellten Graphen der Funktion T lässt sich der Temperaturverlauf in °C in einem Reagenzglas während eines chemischen Versuchs für die ersten 7 Minuten ablesen.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die auf den Temperaturverlauf zutreffende(n) Aussage(n) an!

Im Intervall [3; 6] ist die mittlere Änderungsrate annähernd 0 °C/min.	☐
Im Intervall [0,5; 1,5] ist der Differenzenquotient größer als 25 °C/min.	☐
Im Intervall [0; 2] gibt es einen Zeitpunkt, in dem die momentane Änderungsrate 0 °C/min beträgt.	☐
Der Differenzialquotient zum Zeitpunkt $t = 3$ ist annähernd –10 °C/min.	☐
Der Differenzenquotient ist im Intervall [2; t] mit $2 < t < 6$ immer kleiner als 0 °C/min.	☐

Lösung

Im Intervall [3; 6] ist die mittlere Änderungsrate annähernd 0 °C/min.	☒
Im Intervall [0; 2] gibt es einen Zeitpunkt, in dem die momentane Änderungsrate 0 °C/min beträgt.	☒
Der Differenzialquotient zum Zeitpunkt $t = 3$ ist annähernd –10 °C/min.	☒
Der Differenzenquotient ist im Intervall [2; t] mit $2 < t < 6$ immer kleiner als 0 °C/min.	☒

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich alle laut Lösungserwartung richtigen Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.