

Inhalt FA - Funktionale Abhängigkeiten

FA 2 Zeit-Weg-Diagramm, Geschwindigkeiten* 1_153.....	2
Lösungsweg 1_153	4
FA 4 Nullstellen einer Polynomfunktion 1_039.....	5
Möglicher Lösungsweg 1_039	5
FA 4 Grad einer Polynomfunktion 1_184.....	7
Lösungsweg 1_184	8
FA 4 Polynomfunktion mit Terrassenpunkt 1_271.....	9
Lösung 1_271	11
FA 5 Exponentialfunktion 1_021.....	12
Lösungsweg 1_021	13
Exponentielles Wachstum 1_023.....	14
FA 6 Ableitung der Sinusfunktion 1_041.....	16
Lösungsweg 1_041	18
FA 6 Ableitung der Cosinusfunktion 1_042.....	19
Lösungsweg 1_042	21

ööö

FA 2 Zeit-Weg-Diagramm, Geschwindigkeiten* 1_153

* Diese Aufgabe wurde der im Mai 2013 publizierten Probeklausur (vgl. <https://www.bifie.at/node/2231>) entnommen.

Aufgabennummer: 1_153

Prüfungsteil: Typ [x] Typ 2 ☐

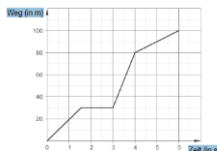
Aufgabenformat: Zuordnungsformat Grundkompetenz: FA 2.3

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

Das folgende Zeit-Weg-Diagramm stellt eine Bewegung dar. Der Weg wird in Metern (m), die Zeit in Sekunden (s) gemessen. Zur Beschreibung dieser Bewegung sind zudem verschiedene Geschwindigkeiten (v_x) gegeben. (Abb. 1_153)



{{Beschreibung der Abbildung:

Koordinatenachse

waagrechte Achse: Zeit (in s); [0; 6], Skalierung: 1

senkrechte Achse: Weg (in m); [0; 100], Skalierung: 20

Das Liniendiagramm besteht aus vier Streckenabschnitten.

Nachfolgend sind die Wertepaare der Streckenendpunkte gegeben.

Abschnitt 1: (0|0) bis (1,5|30)

Abschnitt 2: (1,5|30) bis (3|30)

Abschnitt 3: (3|30) bis (4|80)

Abschnitt 4: (4|80) bis (6|100)}}}

|Aufgabenstellung:|

Ordnen Sie jeweils jedem Zeitintervall jene Geschwindigkeit zu,
die der Bewegung in diesem Intervall entspricht!

Geschwindigkeit:

A: $v_A = 0 \text{ m/s}$

B: $v_B = 5 \text{ m/s}$

C: $v_C = 10 \text{ m/s}$

D: $v_D = 20 \text{ m/s}$

E: $v_E = 25 \text{ m/s}$

F: $v_F = 50 \text{ m/s}$

Zeitintervall mit Wahlmöglichkeit

☐ [0; 1,5]

☐ [1,5; 3]

☐ [3; 4]

☐ [4; 6]

Lösungsweg 1_153

Zeitintervall mit Wahlmöglichkeit

[D] [0; 1,5]

[A] [1,5; 3]

[F] [3; 4]

[C] [4; 6]

|Lösungsschlüssel|

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn alle vier Buchstaben richtig zugeordnet sind.

FA 4 Nullstellen einer Polynomfunktion 1_039

Aufgabennummer: 1_039

Prüfungsteil: Typ 1 [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: offenes Format

Grundkompetenz: FA 4.4

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

Wie viele verschiedene reelle Nullstellen kann eine Polynomfunktion 3. Grades haben?

|Aufgabenstellung:|

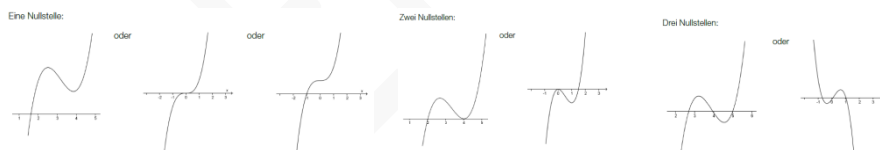
Veranschaulichen Sie Ihre Lösungsfälle durch jeweils einen möglichen Graphen!

Alternativ: Beschreiben Sie jeweils einen möglichen Graphen.

[]

Möglicher Lösungsweg 1_039

Abb. 1_039_L



Alternativ:

Eine mögliche Beschreibung

Eine Nullstelle:

Der Graph ist s-förmig gekrümmt, beginnt steigend und rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt) im 3. Quadranten, schneidet die negative x-Achse, hat einen Hochpunkt im 2. Quadranten,

einen Tiefpunkt im 2. Quadranten und endet steigend und linksgekrümmt im 1. Quadranten.

Zwei Nullstellen:

Der Graph ist s-förmig gekrümmt, beginnt steigend und rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt) im 3. Quadranten, schneidet die negative x-Achse, hat einen Hochpunkt im 2. Quadranten, einen Tiefpunkt, der gleichzeitig eine Nullstelle ist und endet steigend und linksgekrümmt im 1. Quadranten.

Drei Nullstellen:

Der Graph ist s-förmig gekrümmt, beginnt steigend und rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt) im 3. Quadranten, schneidet die negative x-Achse, hat einen Hochpunkt im 2. Quadranten, schneidet die positive x-Achse, hat einen Tiefpunkt im 4. Quadranten, schneidet nochmals die positive x-Achse und endet steigend und linksgekrümmt im 1. Quadranten.

|Lösungsschlüssel|

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn die Graphen entsprechend der richtigen Nullstellenanzahl korrekt skizziert sind oder alternativ eindeutig beschrieben sind.

FA 4 Grad einer Polynomfunktion 1_184

Aufgabennummer: 1_184

Prüfungsteil: Typ 1 [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)

Grundkompetenz: FA 4.4

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

Die folgenden Aussagen beschreiben Eigenschaften von Polynomfunktionen f mit $f(x) = \sum_{i=0}^n (a_i \cdot x^i)$ mit $n \in \mathbb{N}$ ($n \geq 2$)

|Aufgabenstellung:|

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

☐ Jede Polynomfunktion dritten Grades hat genau eine Wendestelle.

☐ Jede Polynomfunktion vierten Grades hat mindestens eine Nullstelle.

☐ Jede Polynomfunktion, die zwei lokale Extremstellen hat, ist mindestens vom Grad 3.

☐ Jede Polynomfunktion, die genau zwei lokale Extremstellen hat, hat mindestens eine Wendestelle.

☐ Jede Polynomfunktion, deren Grad größer als 3 ist, hat mindestens eine lokale Extremstelle.

Lösungsweg 1_184

☒ Jede Polynomfunktion dritten Grades hat genau eine Wendestelle.

☐

☒ Jede Polynomfunktion, die zwei lokale Extremstellen hat, ist mindestens vom Grad 3.

☒ Jede Polynomfunktion, die genau zwei lokale Extremstellen hat, hat mindestens eine Wendestelle.

☐

|Lösungsschlüssel|

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau drei Aussagen angekreuzt sind und alle Kreuze richtig gesetzt sind.

FA 4 Polynomfunktion mit Terrassenpunkt 1_271

Aufgabennummer: 1_271 Prüfungsteil:

Typ 1 [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)

Grundkompetenz: FA 4.4

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

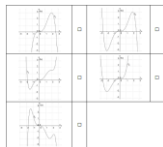
[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

Ein Terrassen- bzw. Sattelpunkt an einer Stelle x_0 liegt dann vor, wenn $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$ gilt.

Eine Polynomfunktion f vierten Grades besitzt den Sattelpunkt $S = (0|0)$.

Die nachstehenden fünf Abbildungen zeigen Graphen von Polynomfunktionen, wobei alle Extrem- und Wendepunkte in den Darstellungen enthalten sind. (Abb. 1_271_A-E)



|Aufgabenstellung:|

Kreuzen Sie die beiden Abbildungen an, die den Graphen der Funktion f darstellen können!

{{Beschreibung der Abbildungen und Wahlmöglichkeit:

[] A: Der Graph beginnt steigend und rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt) im 3. Quadranten, hat einen Sattelpunkt im Ursprung, einen weiteren Wendepunkt im 1. Quadranten, einen Hochpunkt im 1. Quadranten, und endet fallend und rechtsgekrümmt im 4. Quadranten.

[] B: Der Graph beginnt fallend und linksgekrümmt (positiv gekrümmt) im 2. Quadranten, hat einen Tiefpunkt im 3. Quadranten, einen Wendepunkt im 3. Quadranten, einen Sattelpunkt im Ursprung, einen Wendepunkt im 1. Quadranten, einen weiteren Sattelpunkt im 1. Quadranten und endet steigend und linksgekrümmt im 1. Quadranten.

[] C: Der Graph beginnt steigend und rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt) im 3. Quadranten, hat einen Hochpunkt im 2. Quadranten, einen Wendepunkt im 2. Quadranten, einen Sattelpunkt im Ursprung, einen Wendepunkt im 4. Quadranten, einen Tiefpunkt im 4. Quadranten, einen weiteren Wendepunkt im 4. Quadranten, einen Hochpunkt im 4. Quadranten und endet fallend und rechtsgekrümmt im 4. Quadranten.

[] D: Der Graph beginnt fallend und linksgekrümmt (positiv gekrümmt) im 2. Quadranten, hat einen Tiefpunkt im 3. Quadranten, einen Wendepunkt im 3. Quadranten, einen Sattelpunkt im Ursprung, einen Wendepunkt im 1. Quadranten, einen Hochpunkt im 1. Quadranten und endet fallend und rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt) im 4. Quadranten.

[] E: Der Graph beginnt fallend und linksgekrümmt (positiv gekrümmt) im 2. Quadranten, hat einen Tiefpunkt im 3. Quadranten, einen Wendepunkt im 3. Quadranten, einen Sattelpunkt im Ursprung und endet steigend und linksgekrümmt im 1. Quadranten.

Lösung 1_271

Abb. 1_271_L

[x] A: Der Graph beginnt steigend und rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt) im 3. Quadranten, hat einen Sattelpunkt im Ursprung, einen weiteren Wendepunkt im 1. Quadranten, einen Hochpunkt im 1. Quadranten, und endet fallend und rechtsgekrümmt im 4. Quadranten.

[] B:

[] C:

[] D:

[x] E: Der Graph beginnt fallend und linksgekrümmt (positiv gekrümmt) im 2. Quadranten, hat einen Tiefpunkt im 3. Quadranten, einen Wendepunkt im 3. Quadranten, einen Sattelpunkt im Ursprung und endet steigend und linksgekrümmt im 1. Quadranten.

|Lösungsschlüssel|

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Abbildungen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

FA 5 Exponentialfunktion 1_021

Aufgabennummer: 1_021

Prüfungsteil: Typ [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)

Grundkompetenz: FA 5.4

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist die Exponentialfunktion f mit $f(x) = e^x$.

|Aufgabenstellung:|

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

☐ Die Steigung der Tangente an der Stelle $x = 0$ des Graphen hat den Wert 0.

☐ Wird das Argument x um 1 erhöht, dann steigen die Funktionswerte auf das e -Fache.

☐ Die Steigung der Tangente an der Stelle $x = 1$ des Graphen hat den Wert e .

☐ Wird das Argument x um 1 vermindert, dann sinken die Funktionswerte auf das $1/e$ -Fache.

☐ Der Graph von f hat an jeder Stelle eine positive Krümmung.

Lösungsweg 1_021

☐ Die Steigung der Tangente an der Stelle $x = 0$ des Graphen hat den Wert 0.

☒ Wird das Argument x um 1 erhöht, dann steigen die Funktionswerte auf das e -Fache.

☒ Die Steigung der Tangente an der Stelle $x = 1$ des Graphen hat den Wert e .

☒ Wird das Argument x um 1 vermindert, dann sinken die Funktionswerte auf das $1/e$ -Fache.

☒ Der Graph von f hat an jeder Stelle eine positive Krümmung.

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die vier zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

Exponentielles Wachstum 1_023

Aufgabennummer: 1_023

Prüfungsteil: Typ [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)

Grundkompetenz: FA 5.4

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

Die Funktion f mit $f(x) = 100 \cdot 2^x$ beschreibt einen exponentiellen Wachstumsprozess.

Wie verändert sich der Funktionswert, wenn x um 1 erhöht wird?

|Aufgabenstellung:|

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der Funktionswert $f(x+1)$ ist ...

☐ um 1 größer als $f(x)$

☐ doppelt so groß wie $f(x)$

☐ um 100 größer als $f(x)$

☐ um 200 größer als $f(x)$

☐ um 100 % größer als $f(x)$

Lösungsweg 1_023

Der Funktionswert $f(x+1)$ ist ...

- ☐ um 1 größer als $f(x)$
- ☐ doppelt so groß wie $f(x)$
- ☐ um 100 größer als $f(x)$
- ☐ um 200 größer als $f(x)$
- ☐ um 100 % größer als $f(x)$

|Lösungsschlüssel|

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die beiden zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

FA 6 Ableitung der Sinusfunktion 1_041

Aufgabennummer: 1_041

Prüfungsteil: Typ 1 [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: Multiple Choice (1 aus 6)

Grundkompetenz: FA 6.6

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \sin(x)$.

|Aufgabenstellung:|

Kreuzen Sie von den gegebenen Graphen von Ableitungsfunktionen f' denjenigen an, der zur Funktion f gehört! (Abb. 1_041_A-F)

{{Beschreibung der Abbildungen und Wahlmöglichkeit:

Koordinatensystem

waagrechte Achse: x ; $[0; 2 \cdot \pi]$, Skalierung: π ;

senkrechte Achse: y ; $[-1; 1]$, Skalierung: 1;

☐ A: Der Graph beginnt steigend im Ursprung, die Periodenlänge ist $2 \cdot \pi$. $H = (\pi/2 | 1)$, $N = (\pi | 0)$, $T = (3 \cdot \pi/2 | -1)$, $N_2 = (2 \cdot \pi | 0)$

☐ B: Der Graph beginnt fallend Punkt $(0 | 1)$, die Periodenlänge ist $2 \cdot \pi$. $N_1 = (\pi/2 | 0)$, $T = (\pi | -1)$, $N_2 = (3 \cdot \pi/2 | 0)$, $H = (2 \cdot \pi | 1)$

☐ C: Der Graph beginnt steigend im Ursprung, die Periodenlänge ist π . $H_1 = (\pi/4 | 1)$, $N_1 = (\pi/2 | 0)$, $T_1 = (3 \cdot \pi/4 | -1)$, $N_2 = (\pi | 0)$

☐ D: Der Graph beginnt fallend im Ursprung, die Periodenlänge ist $2 \cdot \pi$. $T = (\pi/2 | -1)$, $N_1 = (\pi | 0)$, $H = (3 \cdot \pi/2 | 1)$, $N_2 = (2 \cdot \pi | 0)$

[] E: Der Graph beginnt steigend im Punkt $(0|-1)$, die Periodenlänge ist $2 \cdot \pi$. $N_1 = (\pi/2|0)$, $H = (\pi|1)$, $N_2 = (3 \cdot \pi/2|0)$, $T = (2 \cdot \pi|-1)$

[] F: Der Graph beginnt fallend im Punkt $(0|1)$, die Periodenlänge ist π . $N_1 = (\pi/4|0)$, $T = (\pi/2|-1)$, $N_2 = (3 \cdot \pi/4|0)$, $H = (\pi|1)$ }}

Lösungsweg 1_041

☐ A:

☒ B: Der Graph beginnt fallend Punkt(0|1), die Periodenlänge ist $2 \cdot \pi$. $N_1 = (\pi/2|0)$, $T = (\pi|-1)$, $N_2 = (3 \cdot \pi/2|0)$, $H = (2 \cdot \pi|1)$

☐ C:

☐ D:

☐ E:

☐ F:

|Lösungsschlüssel|

Die Lösung gilt nur dann als richtig, wenn genau die eine zutreffende Antwortmöglichkeit angekreuzt ist.

FA 6 Ableitung der Cosinusfunktion 1_042

Aufgabennummer: 1_042

Prüfungsteil: Typ 1 [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: Multiple Choice (1 aus 6)

Grundkompetenz: FA 6.6

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

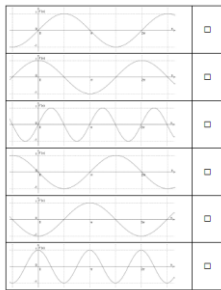
[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \cos(x)$.

|Aufgabenstellung:|

Kreuzen Sie von den gegebenen Graphen von Ableitungsfunktionen f' denjenigen an, der zur Funktion f gehört! (Abb. 1_042_A-F)



{{Beschreibung der Abbildung:

Koordinatenachse

waagrechte Achse: x ; $[-\pi/2; 2 \cdot \pi]$, Skalierung: $\pi/2$

senkrechte Achse: $f(x)$; $[-1; 1]$, Skalierung: 1

[] A: Der Graph beginnt steigend im Ursprung, die Periodenlänge ist $2 \cdot \pi$. $H = (\pi/2 | 1)$, $N_1 = (\pi | 0)$, $T = (3 \cdot \pi/2 | -1)$, $N_2 = (2 \cdot \pi | 0)$

[] B: Der Graph beginnt fallend Punkt $(0 | 1)$, die Periodenlänge ist $2 \cdot \pi$. $N_1 = (\pi/2 | 0)$, $T = (\pi | -1)$, $N_2 = (3 \cdot \pi/2 | 0)$, $H = (2 \cdot \pi | 1)$

[]) C: Der Graph beginnt steigend im Ursprung, die Periodenlänge ist π . $H_1 = (\pi/4|1)$, $N_1 = (\pi/2|0)$, $T_1 = (3 * \pi/4|-1)$, $N_2 = (\pi|0)$

[]) D: Der Graph beginnt fallend im Ursprung, die Periodenlänge ist $2 * \pi$. $T = (\pi/2|-1)$, $N_1 = (\pi|0)$, $H = (3 * \pi/2|1)$, $N_2 = (2 * \pi|0)$

[]) E: Der Graph beginnt steigend im Punkt $(0|-1)$, die Periodenlänge ist $2 * \pi$. $N_1 = (\pi/2|0)$, $H = (\pi|1)$, $N_2 = (3 * \pi/2|0)$, $T = (2 * \pi|-1)$

[]) F: Der Graph beginnt fallend im Punkt $(0|1)$, die Periodenlänge ist π . $N_1 = (\pi/4|0)$, $T = (\pi/2|-1)$, $N_2 = (3 * \pi/4|0)$, $H = (\pi|1)}$

Lösungsweg 1_042

☐ A:

☐ B:

☐ C:

☒ D: Der Graph beginnt fallend im Ursprung, die Periodenlänge ist $2 \cdot \pi$. $T = (\pi/2 | -1)$, $N_1 = (\pi | 0)$, $H = (3 \cdot \pi/2 | 1)$, $N_2 = (2 \cdot \pi | 0)$

☐ E:

☐ F:

|Lösungsschlüssel|

Die Lösung gilt nur dann als richtig, wenn genau die eine zutreffende Antwortmöglichkeit angekreuzt ist.
