

Identische Geraden

Aufgabennummer: 1_089

Prüfungsteil: Typ 1 Typ 2

Aufgabenformat: offenes Format

Grundkompetenz: AG 3.4

keine Hilfsmittel erforderlich

gewohnte Hilfsmittel möglich

besondere Technologie erforderlich

Gegeben sind die beiden Geraden

$$g: X = P + t \cdot \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix}$$

und

$$h: X = Q + s \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}$$

mit $t, s \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

Geben Sie an, welche Schritte notwendig sind, um die Identität der Geraden nachzuweisen!

Möglicher Lösungsweg

Wenn der Richtungsvektor der Geraden g ein Vielfaches des Richtungsvektors der Geraden h ist (bzw. umgekehrt h ein Vielfaches von g ist), so sind die beiden Geraden parallel oder ident.

Liegt außerdem noch der Punkt P auf der Geraden h (seine Koordinaten müssen die Gleichung

$$P = Q + s \cdot \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}$$

erfüllen) bzw. liegt der Punkt Q auf der Geraden g (seine Koordinaten müssen die Gleichung

$$Q = P + t \cdot \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix}$$

erfüllen), so sind die Geraden ident.

Lösungsschlüssel

Antworten, die sinngemäß der Lösungserwartung entsprechen, sind als richtig zu werten.

Lagebeziehung von Geraden

Aufgabennummer: 1_215

Prüfungsteil: Typ 1 Typ 2

Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)

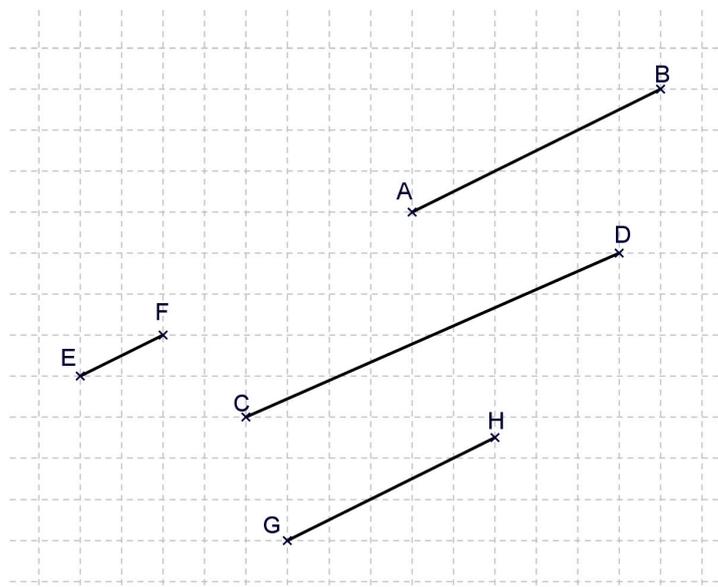
Grundkompetenz: AG 3.4

keine Hilfsmittel
erforderlich

gewohnte Hilfsmittel
möglich

besondere Technologie
erforderlich

In der nachstehenden Zeichnung sind vier Geraden durch die Angabe der Strecken \overline{AB} , \overline{CD} , \overline{EF} und \overline{GH} festgelegt.



Aufgabenstellung:

Entnehmen Sie der Zeichnung die Lagebeziehung der Geraden und kreuzen Sie die beiden richtigen Aussagen an!

g_{AB} und g_{CD} sind parallel.	<input type="checkbox"/>
g_{AB} und g_{EF} sind identisch.	<input type="checkbox"/>
g_{CD} und g_{EF} sind schneidend.	<input type="checkbox"/>
g_{CD} und g_{GH} sind parallel.	<input type="checkbox"/>
g_{EF} und g_{GH} sind schneidend.	<input type="checkbox"/>

Lösung

g_{AB} und g_{EF} sind identisch.	<input checked="" type="checkbox"/>
g_{CD} und g_{EF} sind schneidend.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Aussagen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

Geraden im \mathbb{R}^{3*}												
Aufgabennummer: 1_137	Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>											
Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)		Grundkompetenz: AG 3.4										
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich										
<p>Gegeben ist die Gerade g mit der Gleichung $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$.</p> <p>Aufgabenstellung:</p> <p>Zwei der folgenden Gleichungen sind ebenfalls Parameterdarstellungen der Geraden g. Kreuzen Sie diese beiden Gleichungen an!</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tbody> <tr> <td style="padding: 10px;">$X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$</td> <td style="text-align: center; width: 50px;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="padding: 10px;">$X = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="padding: 10px;">$X = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="padding: 10px;">$X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td style="padding: 10px;">$X = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>			$X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>	$X = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>	$X = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>	$X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>	$X = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>
$X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>											
$X = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>											
$X = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>											
$X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>											
$X = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>											

Lösungsweg

$X = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input checked="" type="checkbox"/>
$X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Gleichungen angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

Punkt und Gerade

Aufgabennummer: 1_297		Prüfungsteil: Typ 1 <input checked="" type="checkbox"/> Typ 2 <input type="checkbox"/>	
Aufgabenformat: offenes Format		Grundkompetenz: AG 3.4	
<input checked="" type="checkbox"/> keine Hilfsmittel erforderlich	<input checked="" type="checkbox"/> gewohnte Hilfsmittel möglich	<input type="checkbox"/> besondere Technologie erforderlich	
<p>Gegeben sind der Punkt $P = (-1 5 6)$ und die Gerade g, die durch die Punkte $A = (2 -3 2)$ und $B = (5 1 0)$ verläuft.</p> <p>Aufgabenstellung:</p> <p>Geben Sie an, ob der gegebene Punkt P auf der Geraden g liegt, und überprüfen Sie diese Aussage anhand einer Rechnung!</p>			

Möglicher Lösungsweg

Der Punkt P liegt nicht auf der Geraden g , denn:

$$g: X = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Die Überprüfung, ob $\overrightarrow{AP} \parallel \overrightarrow{AB}$ gilt, ergibt, dass \overrightarrow{AP} kein Vielfaches von $\overrightarrow{AB} \Rightarrow P \notin g$ ist. Alternativ kann man auch rechnerisch zeigen, dass es keinen Wert für s gibt, sodass die

Gleichung $\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ erfüllt ist.

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn der angeführte oder ein äquivalenter rechnerischer Nachweis, der zeigt, dass der Punkt P nicht auf der Geraden g liegt, erbracht wurde.