Mathematik (AHS) - Angewandte Mathematik (BHS) - Berufsreifeprüfung Mathematik (BRP)

A. Übertragungskriterien

Übertragungskriterien zur Adaptierung von Mathematikaufgaben für Schülerinnen und Schüler mit Blindheit oder Sehbehinderung

Übungsmaterialien für Schülerinnen und Schüler mit Blindheit oder Sehbehinderung:

https://www.srdp.at/schriftliche-pruefungen/uebungsmaterialien-fuer-schuelerinnen-mit-blindheit-oder-sehbehinderung/

-----

1 Mathematische Sonderzeichen und Einheiten

Um mathematische Sonderzeichen als solche sofort zu erkennen, wird diversen Buchstabenkombinationen das Zeichen ' vorangestellt, wenn eine eindeutige Zuordnung dadurch erleichtert wird.

z.B.:

'e	Euler'sche Zahl **e**
'pi	Kreiszahl π
'i oder 'j	imaginäre Einheit, i^2 =-1, j statt i findet hauptsächlich in der Elektrotechnik Anwendung

---

Besondere Darstellungen, z.B.:

%0	Promille
^. oder ^-	Perioden bei Dezimalzahlen, z.B.: 0,3^. =0,333...; 4,91^.2^.3^. oder 4,9(123)^- =4,9123123123...

Vor Einheiten ist ein Leerzeichen gesetzt, z.B.:

5 kg

3 °C

7 kV

10 km/h

9,81 m/s^2

Ausnahmen:

Winkelmaß Grad, z.B.: 30°

Einheit mit der Vorsilbe Mikro, z.B.: 3 'my g

1.1 Griechisches Alphabet

Fast alle griechischen Buchstaben werden mit den ersten beiden Buchstaben und dem vorangestellten Zeichen ' abgekürzt.

(kleiner oder großer Anfangsbuchstaben, je nach Verwendung)

'al alpha

'be beta

'ga gamma

'de delta

'ep epsilon

'ze zeta

'et eta

'th theta

'io iota

'ka kappa

'la lambda

'my my

'ny ny

'xi xi

'omi omikron (sonst ident mit omega)

'pi pi

'rh rho

'si sigma

'ta tau

'yp ypsilon

'ph phi

'ch chi

'ps psi

'om omega

1.2 Indices

Der obere Index wird vor dem unteren angegeben.

---

^ Zirkumflex für obere hintere Indices

Der Index folgt ohne Abstand, folgen mehrere Indices oder ist die Eindeutigkeit der Lesbarkeit gefährdet, werden die Indices in Klammern gesetzt.

z.B.:

a^* a^*

'R^+ $\mathbb{R}^+$

x^(a+b) x^{a+b}

---

^ Zirkumflex für obere vordere Indices

Vor dem Zirkumflex wird ein Leerzeichen gesetzt.

Alle hochgestellten Inhalte werden eingeklammert.

z.B.:

.^(2)x ${}^{2}x$ . ... Leerzeichen

.^(n-1)x ${}^{n-1}x$

_ Unterstrich für untere hintere Indices

Der Index folgt ohne Abstand, folgen mehrere Indices oder ist die Eindeutigkeit der Lesbarkeit gefährdet, werden die Indices in Klammern gesetzt.

z.B.:

r_1 r_1

r_(1,2) $r_{1,2}$

(r_1)^2 r_1^2 (r_1 hoch 2)

(s_(n-1))^2 s_{n-1}^2 (s_{n-1} hoch 2)

_ Unterstrich für untere vordere Indices

Vor dem Unterstrich wird ein Leerzeichen gesetzt.

Alle tief gestellten Inhalte werden eingeklammert.

z.B.:

._(2)x ${}_{2}x$ . ... Leerzeichen

1.3 Pfeile

ein Abstand vor und ein Abstand nach dem Zeichen

-> Pfeil nach rechts

--> Doppelpfeil nach rechts

<- Pfeil nach links

<-- Doppelpfeil nach links

<-> Pfeil nach links und rechts

<--> Doppelpfeil nach links und rechts

1.4 Klammern

(...) runde Klammern

[...] eckige Klammern

{...} geschwungene (geschweifte) Klammern

<...> spitze Klammern

{ Klammer über mehrere Zeilen,

z.B. abschnittsweise definierte Funktionen;

Bei der Linearisierung von mehreren Informationen wird jede Zeile in eckige Klammern gesetzt, z.B.: |x| ={[x "falls" x >=0] [-x "sonst"]

1.5 Intervalle

[] abgeschlossenes Intervall, z.B.: [3; 10]

() oder][offenes Intervall, z.B.: (3; 10) oder]3; 10[

[) oder [[rechts halboffenes Intervall,
z.B.: [3; 10) oder [3; 10[

(] oder]] links halboffenes Intervall,
z.B.: (3; 10] oder]3; 10]

1.6 Rechenzeichen

ein Abstand vor und kein Abstand nach dem Zeichen

z.B.: (-5) +(+3) =(+2)

+ Addition (und Vorzeichen)

- Subtraktion (und Vorzeichen)

* Multiplikation

/ Division, Bruchstrich, Verhältnis

ohne Abstand vor und nach dem Zeichen

+- Plus oder Minus

-+ Minus oder Plus

(...) runde Klammer

|...| Betrag

1.7 Vergleichszeichen

ein Abstand vor und kein Abstand nach dem Zeichen

= gleich

\= nicht gleich

== ident, kongruent

~~ ungefähr

~ proportional

=^ entspricht

> größer als

>= größer als oder gleich

\> nicht größer als

< kleiner als

<= kleiner als oder gleich

\< nicht kleiner als

>> viel größer als

<< viel kleiner als

1.8 Teilbarkeit

ein Abstand vor und ein Abstand nach dem Zeichen

| teilt, z.B.: 5 | 10

\| teilt nicht, z.B.: 3 \| 10

|- teilerfremd, z.B.: 3 |- 7

'ggT() größter gemeinsamer Teiler, z.B.: 'ggT(5, 10) =5

'kgV() kleinstes gemeinsames Vielfache, z.B.: 'kgV(2, 3) =6

1.9 Wurzeln

Der Radikand wird unmittelbar an das Wurzelzeichen angeschlossen und in runde Klammern gesetzt.

'w	Quadratwurzel
'w[n]	n-te Wurzel

z.B.:

'w(2)	Quadratwurzel aus 2
'w(x +2)	Quadratwurzel aus x+2
'w[3](a^3)	dritte Wurzel aus a^3

1.10 Brüche

Bei Zahlenbrüchen wird der Bruchstrich durch einen Schrägstrich dargestellt, Zähler und Nenner werden ohne Abstand geschrieben. Gemischte Zahlen werden durch ein Leerzeichen getrennt. z.B.:

3/4

1 1/2 =3/2

Sobald mehrere Ausdrücke im Zähler oder Nenner stehen und das Erkennen der Vorrangregeln durch die Linearisierung schwierig wird, werden Zähler und Nenner in runde Klammern gesetzt.

z.B.:

(2 *a *b)/(c -3 *d)

(2 *x^3)/(y^2)

Bei Doppelbrüchen wird der Hauptbruchstrich durch zwei Schrägstriche dargestellt. Es werden nur runde Klammern entsprechend den Vorrangregeln verwendet.

Ein Abstand folgt nach dem Hauptbruchstrich. z.B.:

((2 *x +8)/(4 *x -2))// ((x -8)/(5 *x +2))

Bei der Angabe von Maßstäben in Texten wird das Zeichen ":" übernommen. Vor und nach ":" wird ein Leerzeichen gesetzt.

z.B.:

1 : 20

-----

2 Logik und Mengenlehre

2.1 Symbole der Logik

'o= nicht ausschließendes "oder",
z.B.: A 'o= B (Bedeutung: A oder B oder beide)

'o ausschließendes "oder",
z.B.: A 'o B (Bedeutung: A oder B)

'u ... und ..., z.B.: A 'u B

\ Negation einer Aussage

A --> B aus A folgt B

A <-- B aus B folgt A

A <--> B aus A folgt B und umgekehrt

'Ax für alle Elemente x

\'Ax nicht für alle Elemente x

'A(x,y) für alle Elemente x und y

'Ex es existiert mindestens ein Element x

'E!x es existiert genau ein Element x

\'Ex es existiert kein Element x

2.2 Mengen - allgemein

{} leere Menge

{...} Aufzählung der Elemente einer Menge, z.B.:

{1, 2, 3}

{1,2; 3,4; 4,8; ...}

| für die gilt, Abstand davor und danach, z.B.:

A ={x 'el 'N | x >=5}

2.3 Relationen

ein Abstand vor und ein Abstand nach dem Relationszeichen

'el Element von, z.B.: 5 'el 'N

\'el kein Element von, z.B.: 5 \'el 'N_g

'TM Teilmenge von, z.B.: A 'TM B

'eTM echte Teilmenge von

'OM Obermenge von

'eOM echte Obermenge von

'DM Durchschnittsmenge bilden, z.B.: A 'DM B

'VM Vereinigungsmenge bilden, z.B.: A 'VM B

\ Differenzmenge bilden, z.B.: A \ B

'SD Symmetrische Differenz, z.B.: A 'SD B

A'_G Komplementärmenge zu A in Bezug auf G

A 'x B Produktmenge von A und B

2.4 Zahlenmengen

'N natürliche Zahlen mit 0

'N^* natürliche Zahlen ohne 0

'N_g gerade natürliche Zahlen

'N_u ungerade natürliche Zahlen

'P Primzahlen

'Z ganze Zahlen

'Z^+ positive ganze Zahlen

'Z^- negative ganze Zahlen

'Z^+_0 positive ganze Zahlen mit Null

'Z^-_0 negative ganze Zahlen mit Null

'Z^+_g positive gerade ganze Zahlen

'Z^+_u positive ungerade ganze Zahlen

'Q rationale Zahlen

'R reelle Zahlen

'C komplexe Zahlen

-----

3 Algebra und Geometrie

3.1 Geometrie

A, B, C Punkte

(AB)^- Strecke zwischen den Punkten A und B

|AB| Länge der Strecke zwischen den Punkten A und B

'wi() Winkel zwischen ...

'rw rechtwinkelig (normal, orthogonal) auf

|| parallel zu, z.B.: g || h

\|| nicht parallel zu

3.2 Vektoren

'va	Vektor a
'va_0	Einheitsvektor a_0
-'va	zu Vektor a entgegengesetzter Vektor gleicher Richtung
'vn	Normalvektor
'v_0	Nullvektor
'vi, 'vj, 'vk	Basisvektoren der Achsen
'va *'vb	Skalarprodukt
'va 'x 'vb	Kreuzprodukt
'vAB	Vektor von A nach B
|'va|	Länge des Vektors a
|'vAB|	Länge des Vektors von A nach B
'R^2	zweidimensionale Angaben folgen
'R^3	dreidimensionale Angaben folgen
(x|y)	Koordinatenangaben in R^2
(x|y|z)	Koordinatenangaben in R^3

3.3 Matrizen

'mat[m; n] eine Matrix mit m Zeilen und n Spalten, z.B.:
'mat[2; 3] eine zwei mal drei Matrix

Jede Zeile der Matrix steht in einer neuen Zeile in eckigen Klammern, sofern mehr als ein Eintrag erfolgt, die Trennung der Spalten erfolgt durch Strichpunkte. Beginn und Ende der Matrix werden mit runden Klammern gekennzeichnet. z.B.:

'mat[2; 4]
([1; 2; 3; 4]
[4; 3; 2; 1])

'det[A] Determinante einer Matrix A

3.4 Komplexe Zahlen

'i oder 'j   imaginäre Einheit, i^2 =-1, die Bezeichnung j
                statt i findet hauptsächlich in der
                Elektrotechnik Anwendung

z =a +b *'i   komplexe Zahl z

z^*   konjugiert komplexe Zahl zu z

'Re(z)   Realteil von z, 'Re(z) =a

'Im(z)   Imaginärteil von z, 'Im(z) =b

'arg(z)   das Argument der komplexen Zahl z, 'arg(z) ='ph

Elektrotechnik:

u^   "u Dach", Spitzenwert von u

u_   "u Unterstrich", Imaginärteil von u

Polarformen einer komplexen Zahl:

(r; 'ph)   Polarform (r; φ) und Versor $r\underline{/\varphi}$

-----

4 Funktionen

D   Definitionsmenge

D_f   Definitionsmenge einer Funktion f

W   Wertemenge

W_f   Wertemenge einer Funktion f

f: x -> y   die Funktion f ordnet jedem Argument x genau
einen Funktionswert y zu

f(x)   Funktionswert an der Stelle x

'arg()   Argument einer Funktion
                z.B.: 'arg(f(x)) =x

'vk   Verkettung f o g
                z.B.: (f 'vk g 'vk h)(x) =f(g(h(x)))

F^^   Fourier-Transformierte
                anstelle des Korrespondenzsymbols ○—● :
                F('om) =F^^{f(t)}

L^^   Laplace-Transformierte
                anstelle des Korrespondenzsymbols ○—● :
                F(s) =L^^{f(t)}

4.1 Winkelfunktionen

'sin(...)	Sinus von ...
	z.B.: 'sin('al)
'cos(...)	Cosinus von ...
	z.B.: 'cos('al)
'tan(...)	Tangens von ...
	z.B.: 'tan('al)
'cot(...)	Cotangens von ...
	z.B.: 'tan('al)
'arcsin(...)	Arcussinus von ...
	z.B.: 'arcsin('al)
'arccos(...)	Arcuscosinus von ...
'arctan(...)	Arcustangens von ...
'arccot(...)	Arcuscotangens von ...
'sinh(...)	Sinus Hyperbolicus von ...
'cosh(...)	Cosinus Hyperbolicus von ...
'tanh(...)	Tangens Hyperbolicus von ...
'coth(...)	Cotangens Hyperbolicus von ...
'arcsinh(...)	Arcussinus Hyperbolicus von ...
'arccosh(...)	Arcuscosinus Hyperbolicus von ...
'arctanh(...)	Arcustangens Hyperbolicus von ...
'arccoth(...)	Arcuscotangens Hyperbolicus von ...

4.2 Logarithmusfunktionen

'log(...)	Logarithmus von ...
'log_a(...)	Logarithmus von ... zur Basis a
'lg(...)	Logarithmus von ... zur Basis 10
'ln(...)	natürlicher Logarithmus von ... zur Basis e
'lb(...)	Logarithmus von ... zur Basis 2

4.3 Folgen und Reihen

'ue	unendlich

a_n Folgenglieder a_n

(a_n) Folge aller Folgenglieder a_n

(a_n) -> a Folge a_n konvergiert gegen Grenzwert a

n -> 'ue n geht gegen unendlich

'Si Summe (griechischer Großbuchstabe Sigma)

'Si[i 'el I] Summe aller i aus der Menge I

'Si[i=1; n](a_n) Summe aller Folgenglieder von a_1 bis a_n

'Pi Produkt (griechischer Großbuchstabe Pi)

'Pi[i 'el I] Produkt aller i aus der Menge I

'Pi[i=1; n](a_n) Produkt aller Folgenglieder von a_1 bis a_n

-----

5 Analysis

5.1 Grenzwerte

'ue unendlich

'lim Limes

z.B.:

'lim[x -> a](f(x)) Grenzwert der Funktion f,

für x geht gegen a

'lim[x -> +'ue](f(x)) Grenzwert der Funktion f,

für x geht gegen plus unendlich

'lim_l[x -> a](f(x)) linksseitiger Grenzwert der

Funktion f, für x geht gegen a

'lim_r[x -> a](f(x)) rechtsseitiger Grenzwert der

Funktion f, für x geht gegen a

'lim['De x -> 0]('De y/'De x)|[x =x_0] ='dy/'dx|[x =x_0]

Der Grenzwert des Differenzenquotienten an der Stelle x_0 ist der Differentialquotient dy nach dx an der Stelle x_0

5.2 Differenzialrechnung

'd Ableitung, z.B.: 'd(f)/'d(x)

2. Ableitung in dieser Schreibweise:

z.B.: 'd^2(f)/'d(x^2)

'dp partielle Ableitung, z.B.: 'dp(f)/'dp(x)

partielle Ableitung 1. Ordnung von f(x,y):

f_x oder 'dp(f)/'dp(x)

f_y oder 'dp(f)/'dp(y)

partielle Ableitung 2. Ordnung von f(x,y):

f_(xx) oder 'dp^2(f)/'dp(x^2)

f_(xy) oder 'dp^2(f)/('dp(x)'dp(y))

f_(yx) oder 'dp^2(f)/('dp(y)'dp(x))

f_(yy) oder 'dp^2(f)/'dp(y^2)

f'(x) 1. Ableitung der Funktion f an der Stelle x, gilt auch für die Schreibweise ẏ

f''(x) 2. Ableitung der Funktion f an der Stelle x, gilt auch für die Schreibweise ÿ

f'''(x) 3. Ableitung der Funktion f an der Stelle x

f^[n](x) n-te Ableitung der Funktion f an der Stelle x

5.3 Integralrechnung

'int Integral,

z.B.: 'int(f(x) 'dx)

F Stammfunktion

'int[...; ...] bestimmtes Integral,

z.B.: 'int[a; b](f(x) 'dx)

Es gilt:

'int[a; b](f(x) 'dx) =F(x)|[a; b] =F(b) -F(a)

-----

6 Stochastik

6.1 Kombinatorik

! Fakultät oder Faktorielle, z.B.: 3! =3 *2 *1 =6

'(n\k) Binomialkoeffizient n über k

Abzählformel für die ungeordnete Auswahl von k Objekten aus n vorgegebenen Elementen ohne Wiederholung

'((n\k)) Abzählformel für die ungeordnete Auswahl von k Objekten aus n vorgegebenen Elementen mit Wiederholung

---

6.2 Wahrscheinlichkeit

\E Gegenereignis zum Ereignis E

P(A) Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A

P(A|B) bedingte Wahrscheinlichkeit von A, unter der Voraussetzung B

6.3 Statistik

xˆ- arithmetisches Mittel

x^~ Median

B. Formatierungen

1 Textformatierung

-) Courier New

-) Schriftgröße 12, nicht kursiv, nicht unterstrichen

-) linksbündig

-) ohne Tabulaturen

-) 1,5-facher Zeilenabstand

-) ohne Abstand nach Eingabe

-) keine Tabellen

-) wenn nötig, kursiv oder fett dargestellte Textstellen zwischen Pipes (|...|) setzen, um sie vom übrigen Text abzuheben

-) Aufforderungen zu Eintragungen sind durch fett formatierte eckige Klammern dargestellt. **[]**

Folgende Details sind besonders wichtig:

-) keine automatischen Aufzählungen verwenden

-) keine Gliederungen verwenden

-) keine Listen definieren

-) alle Anführungszeichen einheitlich als gerade Anführungszeichen; Umschalt# als Ankündigungszeichen für mathematische Sonderzeichen verwenden, keine typografischen Darstellungen!

-) alle Minuszeichen, Gedankenstriche, ... als einfache Bindestriche (-) darstellen

-----

2 Absätze

Leerzeilen oder Eingabetaste bei Absätzen in Fließtexten

--- bzw. ----- zur Trennung von Aufgabenbereichen

Wann wird immer Eingaetaste verwendet

Bei Fließtexten innerhalb einer Aufgabenstellung

Wann wird immer --- gesetzt?

-) vor einer Handlungsanweisung (AHS, BHS, BRP)

-) nach einer Handlungsanweisung (AHS, BHS, BRP)

-) vor der Legende einer Tabelle/Boxplot/etc.

-) nach der Legende einer Tabelle/Boxplot/etc.

-) vor einer Tabelle

-) nach einer Tabelle

-) vor einer Grafik-Beschreibung

-) nach einer Grafik-Beschreibung

-) vor Angabe einer Datenquelle

-) nach Angabe einer Datenquelle

Wann wird immer ----- gesetzt?

-) am Ende einer Teilaufgabe (z.B.: am Ende von a.))

-) am Ende einer Aufgabe

-----

3 Überschriften und Aufgabennummerierung

Überschriften:

fett, jedoch nicht im Format "Überschrift" gespeichert

Aufgabennummerierung:

Aufgabe 1.)

Aufgabe 2.)

---

a.) Text

oder

a.)

Text

-----

4 Aufzählungen und Listen

werden nicht als solche definiert, sondern linksbündig geschrieben und mit "-)" angekündigt

-)

-)

-----

5 Handlungsanweisungen

Handlungsanweisungen - BHS, BRP

Wenn die Angabe das Gliederungszeichen "-" am Zeilenanfang enthält:

-) [1 Punkt]

Handlungsanweisung

[]

oder

-) Handlungsanweisung

[]

Handlungsanweisungen - AHS

Handlungsanweisungen werden folgendermaßen aufgebaut:

Aufgabe x.)

Text

Kreuzen Sie ....

...

---

a.) Text

-----

6 Nummerierung von Abbildungen

Bei Aufgabenheften mit mehreren Aufgaben ist die Abbildungsnummer ident mit der Aufgabennummer.

	Aufgabenheft mit mehreren Aufgaben (Braille/SB)							Originalgrafik
	Aufgabe 1			Aufgabe 2				Aufgabe 1
	a)	b)	c)	a)	b)	c)	d)	a)
nur eine Abbildung	Abb. 1a	Abb. 1b	Abb. 1c	Abb. 2a	Abb. 2b	Abb. 2c	Abb. 2d	Aufgabe 1a
mehrere Abbildungen	Abb. 1a_1 Abb. 1a_2 Abb. 1a_3 ...	Abb. 1b_1 Abb. 1b_2 Abb. 1b_3 ...	Abb. 1c_1 Abb. 1c_2 Abb. 1c_3 ...	Abb. 2a_1 Abb. 2a_2 Abb. 2a_3 ...	Abb. 2b_1 Abb. 2b_2 Abb. 2b_3 ...	Abb. 2c_1 Abb. 2c_2 Abb. 2c_3 ...	Abb. 2d_1 Abb. 2d_2 Abb. 2d_3 ...	Aufgabe 1a_1

Die Originalgrafiken erhalten als Überschrift immer die Nummer der Aufgabe:

Aufgabe 1a

Lösungs-/Korrekturheft:

Hier wird ein "L" hinzugefügt, z.B.: Abb. 1a_L, Abb. 1a_2_L

-----

7 Taktile Grafiken und Grafiken für starke Vergrößerung

Stand: März 2018

Schrift:

Braille: HBS-8-Braille Taktil 38/45,6 bzw. "Automatisch" pt

Laufweite 2

Schwarzdruck: Helvetica LT Neue Pro Roman 36 pt/43,2 bzw. "Automatisch"

Benennung:

Adaptierte Grafiken: Abb. 1

Originalgrafiken: Aufgabe 1

rechts oben - Markierung

Stricharten (Programm im BMBWF):

Koordinatenachsen: 1 pt Stärke, durchgezogen, Pfeilspitze 7 rechts neben Pfeil die Bezeichnung (1 Zeichen, sonst Legende), oberhalb der senkrechten Achse die Bezeichnung (max. 4 Zeichen, sonst Legende)

Koordinatengitter: 1 pt Stärke, Strich 2pt/Lücke 2pt

Skalierungsstriche: 5 mm bzw. 15 mm lang

Höhe innerhalb einer Figur: 2 pt Stärke, Strich 2pt/Lücke 2pt

Diagonale: 1 pt Stärke, durchgezogen

Mittelpunkt und besonders hervorgehobene Punkte: 4,5 mm (früher 3,5 mm)

Bemaßungslinie: 1 pt Stärke, Strich 10pt/Lücke 5pt

Entfernung zwischen Bemaßungslinien außerhalb einer Figur: 2 pt Stärke, Strich 30pt/Lücke 12pt, Pfeilspitze 7

rechter Winkel: 1 pt Stärke, Punkt 2,5 x 2,5 mm

Winkel: 1 pt Stärke, durchgezogen

Winkelbezeichnung: 'al, 'be, 'ga

Graphen/Figuren

-) 1 - 3 Hauptgraphen/Hauptfiguren

1. Graph: 4 pt Stärke, durchgezogen
2. Graph: 4 pt Stärke, lang strichliert, Strich 30pt/Lücke 12pt
3. Graph: 4 pt Stärke, kurz strichliert, Strich 12pt/Lücke 12pt

---

-) vier Hauptfiguren - innerhalb einer Abbildung nur in Einzelfällen sinnvoll:

dick durchgezogen

dick lang strichliert

dick kurz strichliert

dick strich-punktiert

Flächen-Füllungen:

gepunktet (weit/eng); schräg schraffiert (weit/eng)

NIE: ganz schwarz

NIE: 2 ähnliche Füllungen nebeneinander

Legende:

immer oberhalb der Zeichnung, unterhalb des Titels (Abb. ...):

die Achsen, wenn die Namen länger als 4 Zeichen sind

die Figuren, wenn mehr als 1 Hauptfigur dargestellt ist

z.B. Legende zu einer Aufgabe Nr. 5b; 1. von mehreren Grafiken:

Abb. 5b_2

x ... t in Sekunden

y ... s(t) in Metern

f ... durchgezogene Linie

g ... lang strichlierte Linie

h ... kurz strichlierte Linie

C. Beschreibungen von Grafiken - BHS

Allgemeine Richtlinien zur Aufbereitung:

Abbildungen und mathematische Darstellungsformen werden für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung entsprechend aufbereitet, indem die betroffenen Aufgabenstellungen ergänzt werden durch:

-) eine entsprechende verbale Beschreibung

-) adaptierte Grafiken mit 8-Punkt-Braille-Beschriftung als Vorlage zur Erstellung taktil erfassbarer Ausdrucke (z.B. Schwellkopien)

-) adaptierte Grafiken mit Schwarzschrift-Beschriftung zur starken Vergrößerung

-) die Originalgrafiken in einem Extra-Dokument für A3-Ausdrucke.

Ausnahmen:

Folgende Darstellungsformen werden nur verbal beschrieben, es erfolgt also keine Adaptierung für taktiles Erfassen oder starke Vergrößerung:

-) Schrägriss-Abbildungen dreidimensionaler Körper

-) Gozinto-Graphen

-) Baumdiagramme

-) Darstellungen von Zahlungen auf einer Zeitachse

Verbale Beschreibungen sind prinzipiell in {{...}} gesetzt.

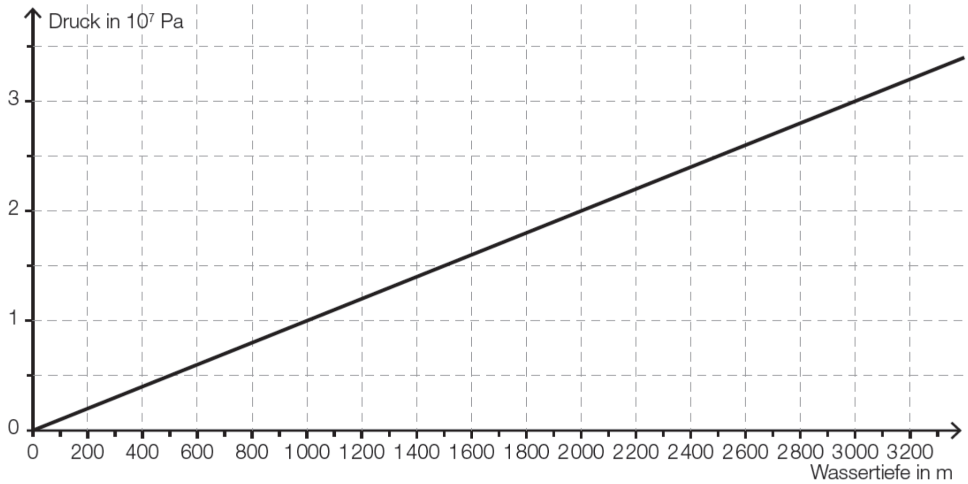
Graphen ausgewählter Funktionen

1 Gerade

als Darstellungsform linearer Funktionen

1.1Beispiel – Tauchen (2) – Teilaufgabe d

Mit zunehmender Wassertiefe steigt der Druck. Dieser kann in Bar (bar) oder Pascal (Pa) angegeben werden. 1 bar $= 10^5$ Pa. Die nachstehende Grafik zeigt den Druck (in 10^7 Pascal) in Abhängigkeit von der Wassertiefe (in Metern).



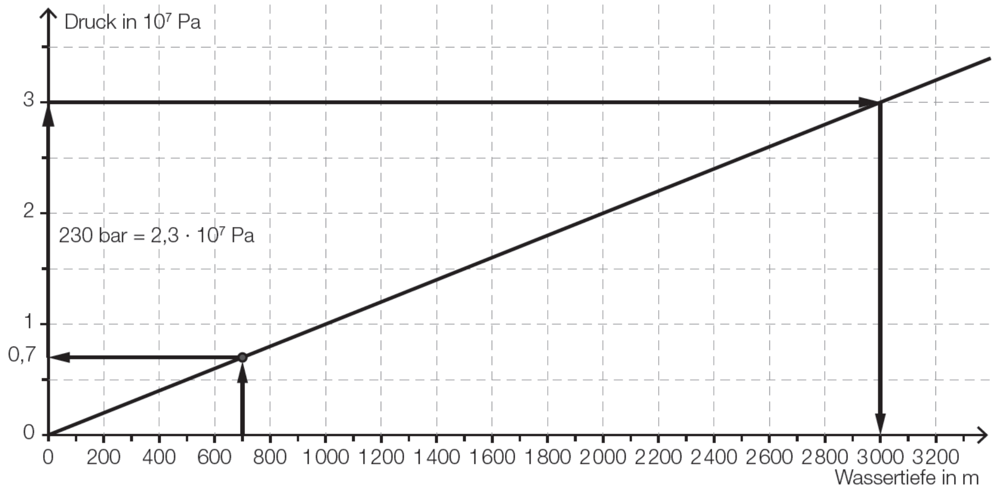
Robben erreichen beim Tauchen aufgrund des Drucks eine maximale Tiefe von 700 m. Pottwale können einem um 230 bar größeren maximalen Druck als Robben ausgesetzt sein.

- Lesen Sie aus der obigen Grafik ab, welchem Druck Robben in 700 m Tiefe ausgesetzt sind.
- Ermitteln Sie, welche maximale Tiefe Pottwale erreichen können.

Möglicher Lösungsweg:

Druck in 700 m Tiefe: $0{,}7 \cdot 10^7$ Pa

Toleranzbereich: $[0{,}6 \cdot 10^7; 0{,}8 \cdot 10^7]$



Pottwale können eine maximale Tiefe von 3 000 m erreichen.

1.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Mit zunehmender Wassertiefe steigt der Druck. Dieser kann in Bar (bar) oder Pascal (Pa) angegeben werden. 1 bar =10^5 Pa. Die nachstehende Grafik (Abb. 1.1) zeigt den Druck (in 10^7 Pascal) in Abhängigkeit von der Wassertiefe (in Metern).

{{Beschreibung der Abbildung:

Koordinatensystem

waagrechte Achse: Wassertiefe in m; [0; 3200], Skalierung: 200;

senkrechte Achse: Druck in 10^7 Pascal; [0; 3,5], Skalierung: 1;

Der dargestellte Graph ist eine steigende Gerade durch die Punkte (0|0) und (3000|3).}}

Robben erreichen beim Tauchen aufgrund des Drucks eine maximale Tiefe von 700 m. Pottwale können einem um 230 bar größeren maximalen Druck als Robben ausgesetzt sein.

-) Lesen Sie aus der obigen Grafik ab, welchem Druck Robben in 700 m Tiefe ausgesetzt sind.

[]

-) Ermitteln Sie, welche maximale Tiefe Pottwale erreichen können.

[]

Möglicher Lösungsweg:

Abb. 1.1_L

Druck in 700 m Tiefe: 0,7 *10^7 Pa

Toleranzbereich: [0,6 *10^7; 0,8 *10^7]

Pottwale können eine maximale Tiefe von 3000 m erreichen.

-----

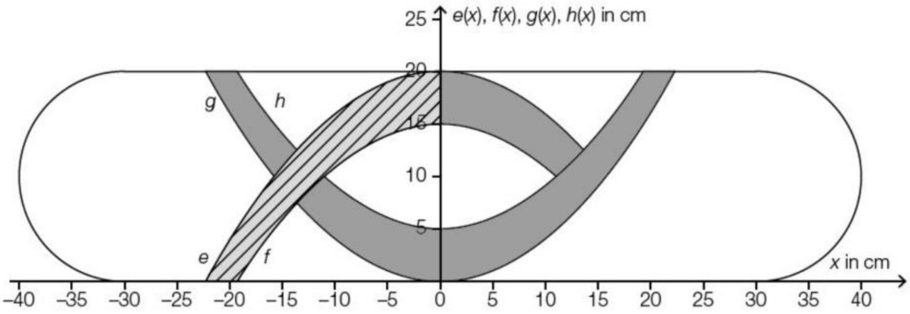
2 Parabel

als Darstellungsform quadratischer Funktionen

(Polynomfunktionen vom Grad 2)

2.1 Beispiel – KP1_16_C1_01 - Teilaufgabe c

Der Entwurf für das Ornament auf einem Skateboard wird in einem Koordinatensystem dargestellt:



Die markierten Farbflächen werden durch die Ränder des Skateboards und die Graphen folgender quadratischer Funktionen begrenzt:

Funktion e mit $e(x) = -0{,}04 \cdot x^2 + 20$

Funktion f mit $f(x) = -0{,}04 \cdot x^2 + 15$

Funktion h mit $h(x) = 0{,}04 \cdot x^2 + 5$

x ... horizontale Koordinate in Zentimetern (cm)

$e(x)$, $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ ... vertikale Koordinate in cm

Der Graph der Funktion g entsteht durch Verschiebung des Graphen der Funktion h entlang der vertikalen Achse.

- Stellen Sie eine Gleichung der Funktion g auf.
- Berechnen Sie die Koordinaten der beiden Schnittpunkte der Graphen der Funktionen e und h.
- Berechnen Sie den Inhalt der schraffierten Fläche.

Möglicher Lösungsweg:

$g(x) = 0{,}04 \cdot x^2$

Gleichsetzen der Funktionsgleichungen:

$e(x) = h(x)$

$-0{,}04 \cdot x^2 + 20 = 0{,}04 \cdot x^2 + 5$

$x_1 = 13{,}69 \ldots$

$x_2 = -13{,}69 \ldots$

$e(13{,}69 \ldots) = 12{,}5$

$e(-13{,}69 \ldots) = 12{,}5$

Die Schnittpunkte haben ungefähr die Koordinaten $(13{,}7|12{,}5)$ und $(-13{,}7|12{,}5)$.

Nullstelle der Funktion e: $x_e = -22{,}36 \ldots$

Nullstelle der Funktion f: $x_f = -19{,}36 \ldots$

$$A = \int_{-22{,}36}^{-19{,}36} e(x)\,\mathrm{d}x + \int_{-19{,}36}^{0} [e(x) - f(x)]\,\mathrm{d}x = 104{,}49 \ldots$$

Der Flächeninhalt beträgt rund 104,5 cm².

2.2.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Der Entwurf für das Ornament auf einem Skateboard wird in einem Koordinatensystem dargestellt:

Abb. 2.1

{{Beschreibung der Abbildung:

Koordinatensystem

waagrechte Achse: x in cm; [-40; 40], Skalierung: 5;

senkrechte Achse: e(x), f(x), g(x), h(x) in cm; [0; 25], Skalierung: 5;

Das Ornament wird mithilfe der Graphen von e, f, g und h konstruiert.

Die Graphen der Funktionen e und f sind nach unten offene Parabeln.

Der Scheitelpunkt von e ist (0|20).

e(x) =-0,04 *x^2 +20
Der Scheitelpunkt von f ist (0|15).
f(x) =-0,04 *x^2 +15

Die Graphen der Funktionen g und h sind nach oben offene Parabeln.
Der Scheitelpunkt von g ist (0|0).
Der Scheitelpunkt von h ist (0|5).
h(x) =0,04 *x^2 +5
Der Graph der Funktion g entsteht durch Verschiebung des Graphen der Funktion h entlang der senkrechten Achse.}}

-) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion g auf.
[]

-) Berechnen Sie die Koordinaten der beiden Schnittpunkte der Graphen der Funktionen e und h.
[]

-) Berechnen Sie den Inhalt der schraffierten Fläche in Abb. 2.1.

{{Ergänzung zur Abbildung:
Die Flächen des Ornaments sind farbig markiert.
Die Fläche im 2. Quadranten zwischen den Graphen der Funktionen e und f und den beiden Achsen ist schraffiert.}}
[]

Möglicher Lösungsweg:
g(x) =0,04 *x^2
Gleichsetzen der Funktionsgleichungen:
e(x) =h(x)
-0,04 *x^2 +20 =0,04 *x^2 +5
x_1 =13,69...
x_2 =-13,69...

e(13,69...) =12,5

e(-13,69...) =12,5

Die Schnittpunkte haben ca. die Koordinaten (13,7|12,5) und (-13,7|12,5).

Nullstelle der Funktion e: x_e =-22,36...

Nullstelle der Funktion f: x_f =-19,36...

A ='int[-22,36; -19,36](e(x) 'dx) +'int[-19,36; 0]((e(x) -f(x)) 'dx) =104,49...

Der Flächeninhalt beträgt rund 104,5 cm^2.

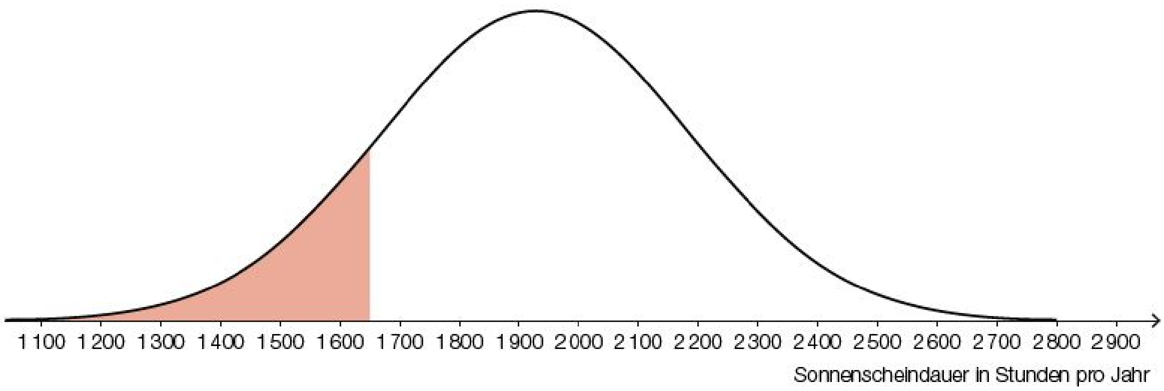
3Gaußsche Glockenkurve

als Darstellungsform der Dichtefunktion der Normalverteilung

3.1 Beispiel – Freizeitparadies_Schoeckl - Teilaufgabe a

Die jährliche Sonneneinstrahlung am Schöckl, dem Hausberg der Grazer/innen, ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert μ = 1 927 Stunden pro Jahr und der Standardabweichung σ = 258 Stunden pro Jahr.

- Interpretieren Sie in der nachstehenden Grafik die gekennzeichnete Fläche unter dem Graphen der Dichtefunktion im gegebenen Sachzusammenhang.



Möglicher Lösungsweg:

Die farbig gekennzeichnete Fläche repräsentiert die Wahrscheinlichkeit, dass die jährliche Sonnenscheindauer höchstens 1 650 h beträgt.

3.3.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Die jährliche Sonneneinstrahlung am Schöckl, dem Hausberg der Grazer/innen, ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert 'my =1927 Stunden pro Jahr und der Standardabweichung 'si =258 Stunden pro Jahr.

-) Interpretieren Sie in der nachstehenden Grafik (Abb. 3.1) die gekennzeichnete Fläche unter dem Graphen der Dichtefunktion im gegebenen Sachzusammenhang.

{{Beschreibung der Abbildung:
waagrechte Achse: Sonnenscheindauer in Stunden pro Jahr; [1100; 2900], Skalierung: 100;

Der dargestellte Graph ist eine Gaußsche Glockenkurve. Die Fläche zwischen dem Graphen und der waagrechten Achse vom linken Rand der Darstellung bis zur Senkrechten an der Stelle 1650 ist gekennzeichnet.}}

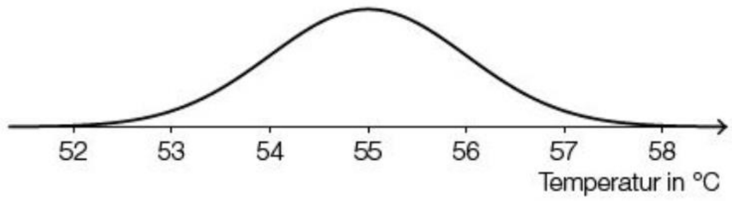
[]

Möglicher Lösungsweg:
Die farbig gekennzeichnete Fläche repräsentiert die Wahrscheinlichkeit, dass die jährliche Sonnenscheindauer höchstens 1650 h beträgt.

3.2 . Beispiel – KP1_16_C1_05 - Teilaufgabe c

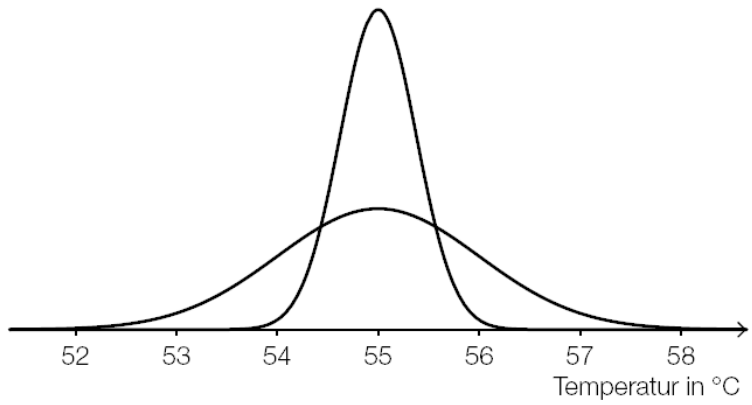
Im Zuge geologischer Tests wird bei einer Tiefenbohrung in einem bestimmten Punkt mehrmals die Temperatur gemessen. Aufgrund von Messfehlern sind die erhaltenen Werte annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 55$ °C und der Standardabweichung $\sigma = 1$ °C.

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Dichtefunktion dieser normalverteilten Zufallsvariable X dargestellt.



- Skizzieren Sie in der obigen Abbildung den Graphen der zugehörigen Dichtefunktion der Verteilung der Stichprobenmittelwerte $\overline{X}$ für einen Stichprobenumfang n = 7.

Möglicher Lösungsweg:



3.2.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Im Zuge geologischer Tests wird bei einer Tiefenbohrung in einem bestimmten Punkt mehrmals die Temperatur gemessen. Aufgrund von Messfehlern sind die erhaltenen Werte annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert 'my =55 °C und der Standardabweichung 'si =1 °C.

In der nachstehenden Abbildung (Abb. 3.2) ist der Graph der Dichtefunktion dieser normalverteilten Zufallsvariable X dargestellt.

{{Beschreibung der Abbildung:

waagrechte Achse: Temperatur in °C; [52; 58], Skalierung: 1;

Der dargestellte Graph ist eine Gaußsche Glockenkurve.}}

-) Skizzieren Sie in der obigen Abbildung den Graphen der zugehörigen Dichtefunktion der Verteilung der Stichprobenmittelwerte X^- für einen Stichprobenumfang n =7 oder beschreiben Sie diesen in einer geeigneten Weise.

[]

Möglicher Lösungsweg:

Abb. 3.2_L

{{Beschreibung der Abbildung:

Das Maximum der beiden Dichtefunktionen ist an der gleichen Stelle. Der Maximalwert der Dichtefunktion der Verteilung der Stichprobenmittelwerte ist größer und die Kurve ist schmäler.}}

-----

4 Glockenförmige Kurve/Glockenförmiger Verlauf bzw. S-förmige Kurve/S-förmiger Verlauf

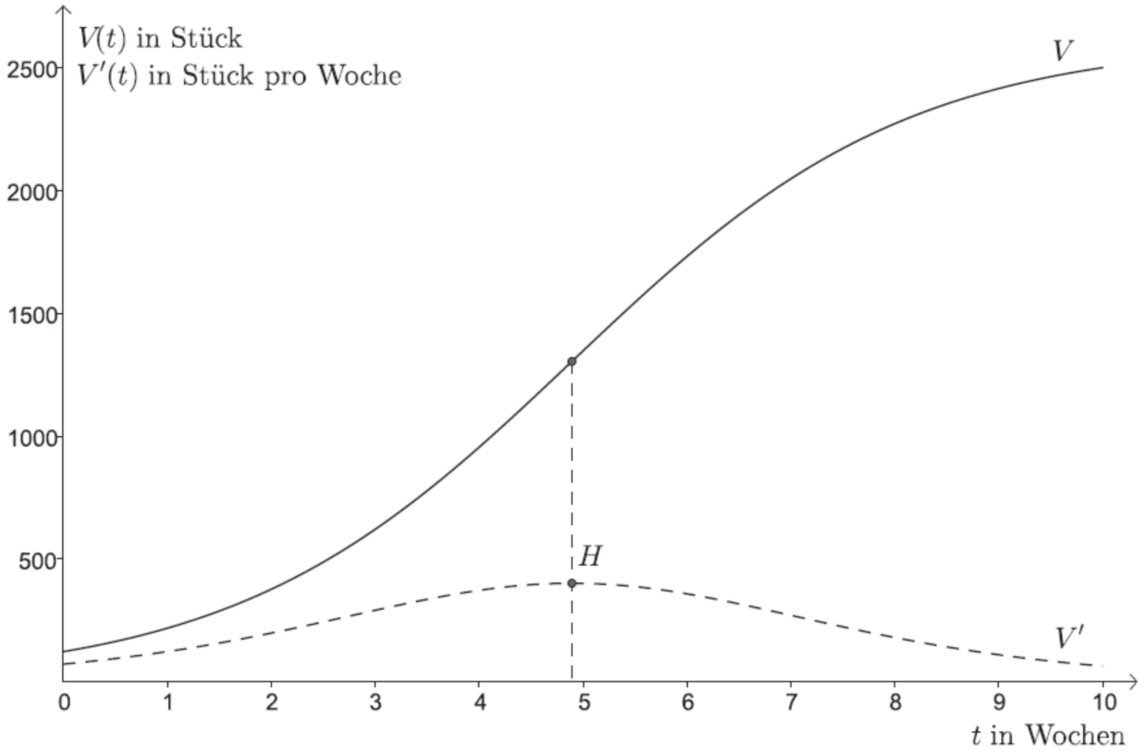
Glockenförmige Kurve: z.B.: Graph der Ableitungsfunktion einer logistischen Funktion

S-förmige Kurve: z.B.: logistische Funktionen, Verteilungsfunktion der Normalverteilung

4.1 Beispiel – E-Reader – Teilaufgabe c

Ein Unternehmen bringt einen neuen E-Reader auf den Markt. Die Entwicklung der Anzahl der insgesamt verkauften E-Reader lässt sich näherungsweise durch eine logistische Funktion V beschreiben.

In der nachstehenden Grafik sind die logistische Funktion V sowie deren Ableitungsfunktion V' grafisch dargestellt.



- Interpretieren Sie die Bedeutung der Koordinaten des Hochpunktes H der Ableitungsfunktion V' im Sachzusammenhang.

Möglicher Lösungsweg:

Die 1. Koordinate von *H* ist nach diesem Modell derjenige Zeitpunkt, in dessen Nähe am meisten E-Reader pro Woche verkauft wurden. Die 2. Koordinate entspricht in etwa der Anzahl der verkauften E-Reader in dieser Woche.

4.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Ein Unternehmen bringt einen neuen E-Reader auf den Markt. Die Entwicklung der Anzahl der insgesamt verkauften E-Reader lässt sich näherungsweise durch eine logistische Funktion V beschreiben. In der nachstehenden Grafik (Abb. 4.1) sind die logistische Funktion V sowie deren Ableitungsfunktion V' grafisch dargestellt.

{{Beschreibung der Abbildung:
Koordinatensystem
waagrechte Achse: t in Wochen; [0; 10], Skalierung: 1;
senkrechte Achse: V(t) in Stück, V'(t) in Stück pro Woche; [0; 2500], Skalierung: 500;

Die Darstellung des Graphen von V beginnt bei ca. (0|120) und endet bei ca. (10|2500).
Der Graph von V hat einen S-förmigen Verlauf, ist streng monoton steigend, zuerst links gekrümmt und dann rechts gekrümmt. Der Wendepunkt ist ca. (4,9|1300).

Die Darstellung des Graphen von V' beginnt bei ca. (0|70) und endet bei ca. (10|70).
Der Graph von V' hat einen glockenförmigen Verlauf und den Hochpunkt bei ca. (4,9|400).}}

-) Interpretieren Sie die Bedeutung der Koordinaten des Hochpunktes H der Ableitungsfunktion V' im Sachzusammenhang.
[]

Möglicher Lösungsweg:
Die 1. Koordinate von H ist nach diesem Modell derjenige Zeitpunkt, in dessen Nähe am meisten E-Reader pro Woche verkauft wurden. Die 2. Koordinate entspricht in etwa der Anzahl der verkauften E-Reader in dieser Woche.

Graphen anderer Funktionen

Handelt es sich um den Graphen einer Funktion, die im vorangegangenen Kapitel nicht genannt wurde, so wird dieser mithilfe spezieller Punkte und Stellen, der Monotonie, dem asymptotischen Verhalten und/oder dem Krümmungsverhalten beschrieben.

Das sind beispielsweise die Graphen von Potenzfunktionen, Wurzelfunktionen, Polynomfunktionen ab dem Grad 3, Exponentialfunktionen, Logarithmusfunktionen und trigonometrischen Funktionen.

5 Andere Funktionen

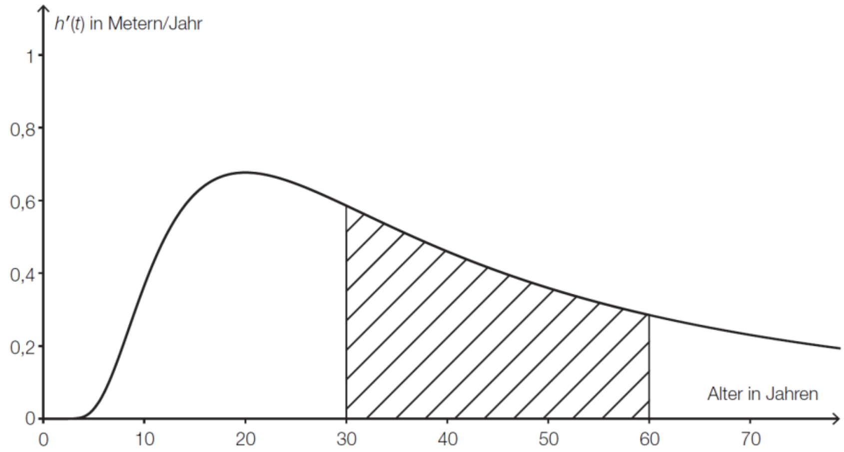
5.1 Beispiel – Hoehenwachstum von Fichten - Teilaufgabe c

Der Zusammenhang zwischen dem Alter und der durchschnittlichen Höhe von Fichten kann
näherungsweise mithilfe einer Funktion h beschrieben werden:

$$h(t) = a \cdot e^{-\frac{b}{t}}$$

t ... Alter in Jahren
$h(t)$ ... durchschnittliche Höhe im Alter t in Metern (m)
$a > 0$ ... Parameter in m
$b > 0$ ... Parameter in Jahren

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der momentanen Änderungsrate der durchschnittlichen Höhe eines Fichtenbestandes $h'(t)$ dargestellt.



- Interpretieren Sie die Bedeutung des Inhalts der schraffierten Fläche im gegebenen Sachzusammenhang.

Möglicher Lösungsweg:

Der Inhalt der schraffierten Fläche entspricht der Zunahme der durchschnittlichen Höhe dieses Fichtenbestands zwischen *t* = 30 Jahre und *t* = 60 Jahre.

5.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Der Zusammenhang zwischen dem Alter und der durchschnittlichen Höhe von Fichten kann näherungsweise mithilfe einer Funktion h beschrieben werden:

h(t) =a *'e^(-b/t)

t ... Alter in Jahren

h(t) ... durchschnittliche Höhe im Alter t in Metern (m)

a >0 ... Parameter in m

b >0 ... Parameter in Jahren

In der nachstehenden Abbildung (Abb. 5.1) ist der Graph der momentanen Änderungsrate der durchschnittlichen Höhe eines Fichtenbestandes h'(t) dargestellt.

{{Beschreibung der Abbildung:

Koordinatensystem

waagrechte Achse: Alter in Jahren; [0; 70], Skalierung: 10;

senkrechte Achse: h'(t) in Metern/Jahr; [0; 1], Skalierung: 0,2;

Der Graph von h' ist von (0|0) beginnend links gekrümmt, streng monoton steigend und hat bei ca. 10 eine Wendestelle. Der Hochpunkt hat ca. die Koordinaten (20|0,68). Ab dem Hochpunkt verläuft der Graph streng monoton fallend. Bei ca. 25 ist wieder eine Wendestelle.

Die Fläche zwischen dem Graphen, der waagrechten Achse und den Senkrechten an den Stellen 30 und 60 ist schraffiert.}}

-) Interpretieren Sie die Bedeutung des Inhalts der schraffierten Fläche im gegebenen Sachzusammenhang.

[]

Möglicher Lösungsweg:

Der Inhalt der schraffierten Fläche entspricht der Zunahme der durchschnittlichen Höhe dieses Fichtenbestands zwischen t =30 Jahre und t =60 Jahre.

Ausgewählte Darstellungen

6 Tabellen

6.1 Beispiel – E-Reader – Teilaufgabe a

Ein Unternehmen bringt einen neuen E-Reader auf den Markt. Die nachstehende Tabelle beschreibt die Entwicklung der Anzahl der insgesamt (von Anfang an) verkauften E-Reader in einer bestimmten Region.

Zeit in Wochen	Anzahl der insgesamt (von Anfang an) verkauften E-Reader
1	179
2	364
3	674
4	981
5	1310
6	1700
7	2055
8	2280
9	2470
10	2500
11	2540
12	2545

Betrachtet man nur die 5 Zahlenpaare im Zeitintervall [3; 7], so zeigt sich ein annähernd linearer Verlauf.

- Ermitteln Sie die Regressionsgerade für das Zeitintervall [3; 7].
- Interpretieren Sie die Steigung dieser Regressionsgeraden im Sachzusammenhang.

Möglicher Lösungsweg:

Ermitteln der Regressionsgerade mittels Technologieeinsatz:

$V(t) = 348{,}1 \cdot t - 396{,}5$

t ... Zeit in Wochen

$V(t)$ ... Anzahl der bis zur Zeit t insgesamt verkauften E-Reader

In diesem Zeitraum werden nach diesem Modell pro Woche rund

348 Stück verkauft.

6.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Ein Unternehmen bringt einen neuen E-Reader auf den Markt. Die nachstehende Tabelle beschreibt die Entwicklung der Anzahl der insgesamt (von Anfang an) verkauften E-Reader in einer bestimmten Region.

Legende:

Z_W ... Zeit in Wochen

A ... Anzahl der insgesamt (von Anfang an) verkauften E-Reader

---

Z_W | A

1 | 179

2 | 364

3 | 674

4 | 981

5 | 1310

6 | 1700

7 | 2055

8 | 2280

9 | 2470

10 | 2500

11 | 2540

12 | 2545

Betrachtet man nur die 5 Zahlenpaare im Zeitintervall [3; 7], so zeigt sich ein annähernd linearer Verlauf.

-) Ermitteln Sie die Regressionsgerade für das Zeitintervall [3; 7].

[]

-) Interpretieren Sie die Steigung dieser Regressionsgeraden im Sachzusammenhang.

[]

Möglicher Lösungsweg:

Ermitteln der Regressionsgerade mittels Technologieeinsatz:

V(t) =348,1 *t -396,5

t ... Zeit in Wochen

V(t) ... Anzahl der bis zur Zeit t insgesamt verkauften E-Reader

In diesem Zeitraum werden nach diesem Modell pro Woche rund 348 Stück verkauft.

6.2 Beispiel – Marketingausgaben - Teilaufgabe a

Die Marketingabteilung einer Handelskette möchte wissen, ob ihre Werbemaßnahmen wirken.

Die Buchhaltung liefert Informationen über die monatlichen Umsätze. Die Umsätze von 10 aufeinanderfolgenden Monaten mit den entsprechenden Marketingausgaben liefern folgende Daten (Beträge in 1.000 Euro):

Monat	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Marketingausgaben	24	16	20	26	14	16	20	12	18	22
Umsatz	200	184	220	230	180	164	185	150	182	210

- Ermitteln Sie den Korrelationskoeffizienten zwischen Marketingausgaben und Umsatz.
- Interpretieren Sie diesen Korrelationskoeffizienten.

Möglicher Lösungsweg:

mittels Technologieeinsatz: $r \approx 0,86$

Die gegebenen Daten lassen einen positiven linearen

Zusammenhang zwischen Marketingausgaben und Umsatz vermuten.

6.2.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Die Marketingabteilung einer Handelskette möchte wissen, ob ihre Werbemaßnahmen wirken.
Die Buchhaltung liefert Informationen über die monatlichen Umsätze. Die Umsätze von 10 aufeinanderfolgenden Monaten mit den entsprechenden Marketingausgaben liefern folgende Daten (Beträge in 1000 Euro):

Legende:
M ... Monat
A ... Ausgaben für Marketing (Marketingausgaben)
U ... Umsatz

M | A | U
1 | 24 | 200
2 | 16 | 184
3 | 20 | 220
4 | 26 | 230
5 | 14 | 180
6 | 16 | 164
7 | 20 | 185
8 | 12 | 150
9 | 18 | 182
10 | 22| 210

-) Ermitteln Sie den Korrelationskoeffizienten zwischen Marketingausgaben und Umsatz.
[]

-) Interpretieren Sie diesen Korrelationskoeffizienten.

[]

Möglicher Lösungsweg:

mittels Technologieeinsatz:

r ~~0,86

Die gegebenen Daten lassen einen positiven linearen Zusammenhang zwischen Marketingausgaben und Umsatz vermuten.

6.3 Beispiel – LED-Lampen (2) - Teilaufgabe a

LED-Lampen sind derzeit wesentlich teurer als Glühlampen, zeichnen sich aber durch eine höhere Lebensdauer und durch eine höhere Energieeffizienz aus.
Für eine Lampe, die 1 000 Stunden pro Jahr in Betrieb ist, kann als Leuchtmittel eine Glühlampe oder eine LED-Lampe verwendet werden. Um die dabei anfallenden Kosten zu vergleichen, werden die folgenden Daten benötigt:

	Glühlampe	LED-Lampe
Preis pro Stück	€ 0,75	€ 15,00
Lebensdauer	1 Jahr	25 Jahre
Energiekosten pro Jahr	€ 5	€ 0,60

- Vervollständigen Sie die nachstehende Tabelle für diesen Kostenvergleich.

Verwendungsdauer in Jahren	insgesamt angefallene Kosten bei der Verwendung ...	
	von Glühlampen	einer LED-Lampe
1		
2		
3		
4		
5		

- Lesen Sie aus dieser Tabelle ab, nach wie vielen ganzen Jahren die insgesamt angefallenen Kosten bei der Verwendung einer LED-Lampe erstmals geringer sind als bei der Verwendung von Glühlampen.

Möglicher Lösungsweg:

Verwendungsdauer in Jahren	insgesamt angefallene Kosten bei der Verwendung ...	
	von Glühlampen	einer LED-Lampe
1	€ 5,75	€ 15,60
2	€ 11,50	€ 16,20
3	€ 17,25	€ 16,80
4	€ 23,00	€ 17,40
5	€ 28,75	€ 18,00

Nach 3 Jahren sind die insgesamt angefallenen Kosten bei der Verwendung einer LED-Lampe erstmals geringer als bei der Verwendung von Glühlampen.

6.3.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

LED-Lampen sind derzeit wesentlich teurer als Glühlampen, zeichnen sich aber durch eine höhere Lebensdauer und durch eine höhere Energieeffizienz aus. Für eine Lampe, die 1000 Stunden pro Jahr in Betrieb ist, kann als Leuchtmittel eine Glühlampe oder eine LED-Lampe verwendet werden. Um die dabei anfallenden Kosten zu vergleichen, werden die folgenden Daten benötigt:

Legende:

P/St ... Preis pro Stück

LD ... Lebensdauer in Jahren

EK ... Energiekosten pro Jahr

Glühl. ... Glühlampe

LED-L. ... LED-Lampe

- | Glühl. | LED-L.

P/St | € 0,75 | € 15,00

LD | 1 Jahr | 25 Jahre

EK | € 5,00 | € 0,60

-) Vervollständigen Sie die nachstehende Tabelle für diesen Kostenvergleich.

Legende:

t ... Verwendungsdauer in Jahren

K_G ... insgesamt angefallene Kosten bei der Verwendung von Glühlampen

K_L ... insgesamt angefallene Kosten bei der Verwendung einer LED-Lampe

---

t	K_G	K_L
1	**[]**	**[]**
2	**[]**	**[]**
3	**[]**	**[]**
4	**[]**	**[]**
5	**[]**	**[]**

–) Lesen Sie aus dieser Tabelle ab, nach wie vielen ganzen Jahren die insgesamt angefallenen Kosten bei der Verwendung einer LED-Lampe erstmals geringer sind als bei der Verwendung von Glühlampen.

[]

Möglicher Lösungsweg:

---

t	K_G	K_L
1	**[€ 5,75]**	**[€ 15,60]**
2	**[€ 11,50]**	**[€ 16,20]**
3	**[€ 17,25]**	**[€ 16,80]**
4	**[€ 23,00]**	**[€ 17,40]**
5	**[€ 28,75]**	**[€ 18,00]**

Nach 3 Jahren sind die insgesamt angefallenen Kosten bei der Verwendung einer LED-Lampe erstmals geringer als bei der Verwendung von Glühlampen.

-----

7 Tilgungsplan

7.1 Beispiel – Renovierungskredit – Teilaufgabe d

Frau Eberharter muss für die Renovierung ihrer Wohnung einen Kredit in Höhe von € 30.000 aufnehmen. Dazu holt sie verschiedene Angebote von Privatpersonen und von Banken ein. (Spesen und Gebühren werden nicht berücksichtigt.)

Frau Eberharter vereinbart für einen Kredit mit einer Bank Sonderkonditionen. Die Bank erstellt dazu einen Tilgungsplan. Ein Auszug dieses Tilgungsplans ist in der nachstehenden Tabelle dargestellt.

Semester	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 30.000,00
1	€ 660,00	€ –660,00	€ 0,00	€ 30.660,00
2	€ 674,52	€ 0,00	€ 674,52	€ 30.660,00
3	€ 674,52	€ 5.325,48	€ 6.000,00	€ 25.334,52

- Interpretieren Sie die Bedeutung der beiden auftretenden Beträge in Höhe von € 0,00 im gegebenen Sachzusammenhang.

Möglicher Lösungsweg:

Im Semester 1 erfolgt keine Rückzahlung. Im Semester 2 werden nur die anfallenden Zinsen zurückbezahlt.

7.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Frau Eberharter muss für die Renovierung ihrer Wohnung einen Kredit in Höhe von € 30000 aufnehmen.

Dazu holt sie verschiedene Angebote von Privatpersonen und von Banken ein. (Spesen und Gebühren werden nicht berücksichtigt.)

Frau Eberharter vereinbart für einen Kredit mit einer Bank Sonderkonditionen.
Die Bank erstellt dazu einen Tilgungsplan. Ein Auszug dieses Tilgungsplans ist in der nachstehenden Tabelle dargestellt.
(Die Tabelle ist aufgelöst.)

Legende:
S ... Semester
Z ... Zinsanteil
T ... Tilgungsanteil
A ... Annuität
R ... Restschuld

S: 0
Z: -
T: -
A: -
R: € 30000,00

S: 1
Z: € 660,00
T: € −660,00
A: € 0,00
R: € 30660,00

S: 2
Z: € 674,52
T: € 0,00
A: € 674,52
R: € 30660,00

S: 3
Z: € 674,52
T: € 5325,48
A: € 6000,00

R: € 25334,52

-) Interpretieren Sie die Bedeutung der beiden auftretenden Beträge in Höhe von € 0,00 im gegebenen Sachzusammenhang.

[]

Möglicher Lösungsweg:

Im Semester 1 erfolgt keine Rückzahlung. Im Semester 2 werden nur die anfallenden Zinsen zurückbezahlt.

-----

8 Vierfeldertafel

8.1 Beispiel – Konten – Teilaufgabe a

Von den Kunden einer Bankfiliale besitzen 80 % ein Gehaltskonto und 40 % ein Sparkonto.

25 % der Kunden der Bankfiliale besitzen sowohl ein Gehalts- als auch ein Sparkonto.

G bezeichnet das Ereignis, dass ein Kunde ein Gehaltskonto besitzt.

S bezeichnet das Ereignis, dass ein Kunde ein Sparkonto besitzt.

- Übertragen Sie die Werte der Angabe in die entsprechenden Felder der unten stehenden Vierfeldertafel.
- Ermitteln Sie die Werte in den restlichen Feldern und tragen Sie diese ein.

	besitzt Gehaltskonto	besitzt kein Gehaltskonto	Summe
besitzt Sparkonto			
besitzt kein Sparkonto			
Summe			

Möglicher Lösungsweg:

	besitzt Gehaltskonto	besitzt kein Gehaltskonto	Summe
besitzt Sparkonto	25 %	15 %	40 %
besitzt kein Sparkonto	55 %	5 %	60 %
Summe	80 %	20 %	

Die hervorgehobenen Werte in der oben stehenden Tabelle sind diejenigen, die aus der Angabe übertragen wurden.

8.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Von den Kunden einer Bankfiliale besitzen 80 % ein Gehaltskonto und 40 % ein Sparkonto.

25 % der Kunden der Bankfiliale besitzen sowohl ein Gehalts- als auch ein Sparkonto.

G bezeichnet das Ereignis, dass ein Kunde ein Gehaltskonto besitzt.

S bezeichnet das Ereignis, dass ein Kunde ein Sparkonto besitzt.

-) Übertragen Sie die Werte der Angabe in die entsprechenden Felder der unten stehenden Vierfeldertafel.

-) Ermitteln Sie die Werte in den restlichen Feldern und tragen Sie diese ein.

Legende:

G ... besitzt Gehaltskonto

\G ... besitzt kein Gehaltskonto

S ... besitzt Sparkonto

\S ... besitzt kein Sparkonto

- | G | \G | Summe

S | **[]** | **[]** | **[]**

\S | **[]** | **[]** | **[]**

Summe | **[]** | **[]**

Möglicher Lösungsweg:

- | G | \G | Summe

S | **[25 %]** | **[15 %]** | **[40 %]**

\S | **[55 %]** | **[5 %]** | **[60 %]**

Summe | **[80 %]** | **[20 %]**

-----

9 Darstellung von Zahlungen auf einer Zeitachse

9.1 Beispiel – Renovierungskredit - Teilaufgabe a

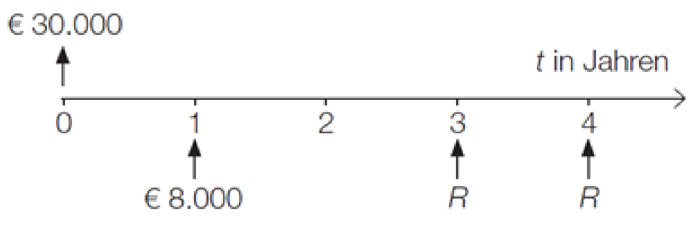
Frau Eberharter muss für die Renovierung ihrer Wohnung einen Kredit in Höhe von € 30.000 aufnehmen. Dazu holt sie verschiedene Angebote von Privatpersonen und von Banken ein. (Spesen und Gebühren werden nicht berücksichtigt.)

Eine Bekannte bietet Frau Eberharter privat einen Kredit in Höhe von € 30.000 zu einem
Zinssatz von 2 % p. a. an.

Frau Eberharter soll diesen Kredit folgendermaßen zurückzahlen:
€ 8.000 nach einem Jahr und 2 gleich hohe Raten, eine davon nach 3 Jahren und die
andere nach 4 Jahren.

- Stellen Sie diese Zahlungen auf einer Zeitachse dar.

Möglicher Lösungsweg:



9.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Frau Eberharter muss für die Renovierung ihrer Wohnung einen Kredit in Höhe von € 30000 aufnehmen.

Dazu holt sie verschiedene Angebote von Privatpersonen und von Banken ein. (Spesen und Gebühren werden nicht berücksichtigt.)
Eine Bekannte bietet Frau Eberharter privat einen Kredit in Höhe von € 30000 zu einem Zinssatz von 2 % p. a. an. Frau Eberharter soll diesen Kredit folgendermaßen zurückzahlen:
€ 8000 nach einem Jahr und 2 gleich hohe Raten, eine davon nach 3 Jahren und die andere nach 4 Jahren.

-) Stellen Sie diese Zahlungen auf einer Zeitachse dar oder beschreiben Sie die Zahlungen für jedes einzelne Jahr.
[]

Möglicher Lösungsweg:

{{Beschreibung der Zahlungen:
t ... Zeit in Jahren
Auszahlung:
t =0: € 30000
Rückzahlungen:
t =1: € 8000
t =2: -
t =3: R
t =4: R}}
-----

10 Boxplot

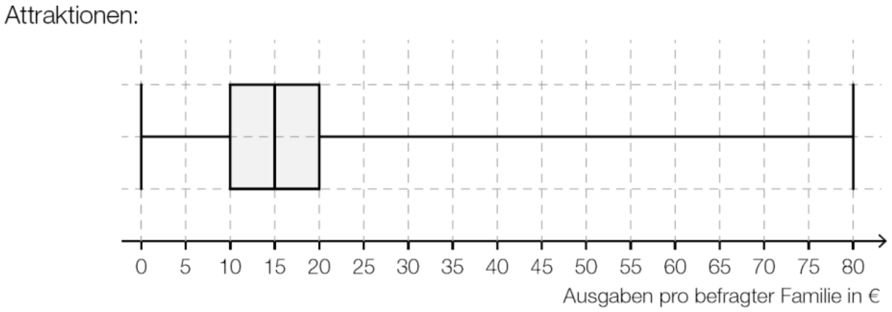
Je nach Aufgabenstellung wird ein Teil der folgenden Kenngrößen angegeben bzw. umschrieben:

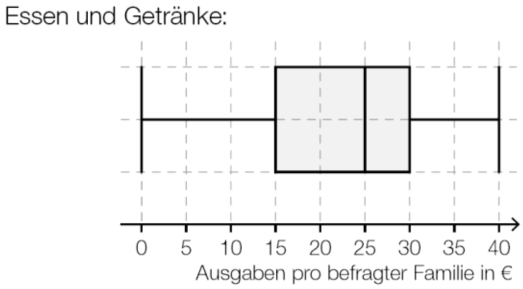
Spannweite, minimaler Wert, 1. Quartil, 2. Quartil oder Median, 3. Quartil, maximaler Wert

10.1 Beispiel – Vergnügungspark (2) - Teilaufgabe b

In einem Vergnügungspark werden Familien nach ihren Ausgaben befragt.

Die beiden nachstehenden Boxplots veranschaulichen die Ausgaben der befragten Familien für die Attraktionen und jene für Essen und Getränke.





Andreas behauptet, aus den beiden Boxplots Folgendes ablesen zu können: "Es gibt mit Sicherheit mindestens eine Familie, die insgesamt 120 Euro für Attraktionen sowie Essen und Getränke ausgibt."

- Argumentieren Sie, dass die Behauptung von Andreas falsch ist.

Möglicher Lösungsweg:

Die Behauptung von Andreas ist falsch, weil nicht sicher ist, dass dieselbe Familie die maximalen Beträge von 80 Euro für Attraktionen und von 40 Euro für Essen und Getränke ausgibt.

10.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

In einem Vergnügungspark werden Familien nach ihren Ausgaben befragt. Die beiden nachstehenden Boxplots (Abb. 10.1) veranschaulichen die Ausgaben der befragten Familien für die Attraktionen und jene für Essen und Getränke.

{{Beschreibung der Boxplots:
Boxplot - Attraktionen: Ausgaben pro befragter Familie in €; [0; 80], Skalierung: 5;
minimaler Wert: 0
1. Quartil: 10
2. Quartil: 15
3. Quartil: 20
maximaler Wert: 80

Boxplot - Essen und Getränke: Ausgaben pro befragter Familie in €; [0; 40], Skalierung: 5;
minimaler Wert: 0
1. Quartil: 15
2. Quartil: 25
3. Quartil: 30
maximaler Wert: 40}}

-) Argumentieren Sie, dass die Behauptung von Andreas falsch ist.

[]

Möglicher Lösungsweg:
Die Behauptung von Andreas ist falsch, weil nicht sicher ist, dass dieselbe Familie die maximalen Beträge von 80 Euro für Attraktionen und von 40 Euro für Essen und Getränke ausgibt.

-----

11 Säulendiagramm/Balkendiagramm

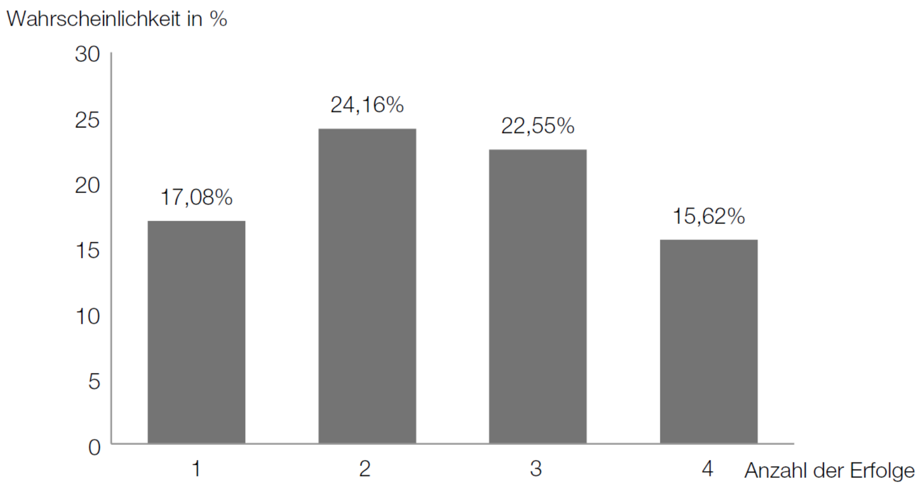
11.1 Beispiel – Spieleabend - Teilaufgabe c

Eine Familie spielt ein Brettspiel. Bei diesem Spiel werden 2 gleiche Würfel (mit den Augenzahlen von 1 bis 6; alle Augenzahlen sind gleich wahrscheinlich) geworfen. Die geworfenen Augenzahlen der beiden Würfel werden zusammengezählt.

Die Wahrscheinlichkeit, die Augensumme "12" zu werfen, beträgt $\frac{1}{36}$.

- Stellen Sie die prozentuellen Wahrscheinlichkeiten, dass bei 100 Würfen 1-, 2-, 3- oder 4-mal die Augensumme "12" geworfen wird, in Form eines Säulendiagramms dar.

Möglicher Lösungsweg:



11.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Eine Familie spielt ein Brettspiel. Bei diesem Spiel werden 2 gleiche Würfel (mit den Augenzahlen von 1 bis 6, alle Augenzahlen sind gleich wahrscheinlich) geworfen. Die

geworfenen Augenzahlen der beiden Würfel werden zusammengezählt.
Die Wahrscheinlichkeit, die Augensumme "12" zu werfen, beträgt 1/36.

–) Stellen Sie die prozentuellen Wahrscheinlichkeiten, dass bei 100 Würfen 1-, 2-, 3- oder 4-mal die Augensumme "12" geworfen wird, in Form eines Säulendiagramms dar oder beschreiben Sie dieses in einer geeigneten Weise.
[]

Möglicher Lösungsweg:
Abb. 11.1_L

{{Beschreibung des Säulendiagramms:
waagrechte Achse: Anzahl der Erfolge; [1; 4];
senkrechte Achse: Wahrscheinlichkeit in %; [0; 30],
Skalierung: 5;

Es sind vier gleich breite Säulen eingezeichnet.
Säule 1: an der Stelle 1, Höhe 17,08 %
Säule 2: an der Stelle 2, Höhe 24,16 %
Säule 3: an der Stelle 3, Höhe 22,55 %
Säule 4: an der Stelle 4, Höhe 15,62 %}}

11.2 Beispiel – Oel - Teilaufgabe b

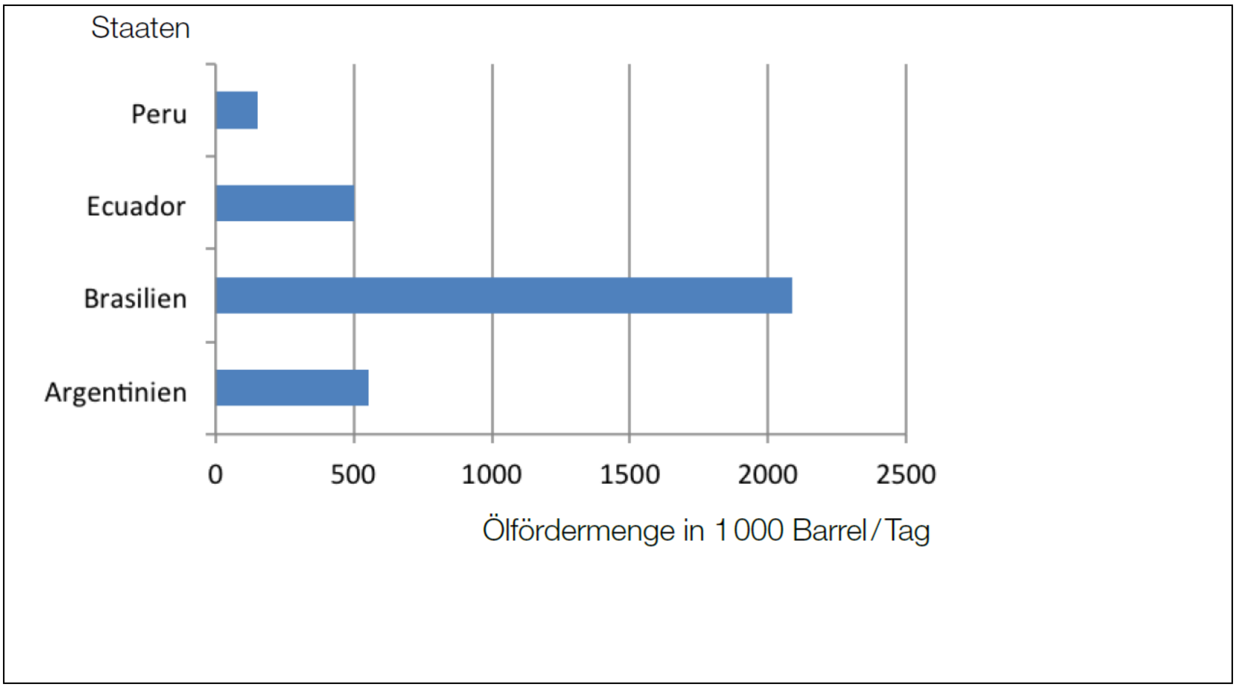
In der folgenden Tabelle sind einige erdölfördernde Staaten Südamerikas (in alphabetischer Reihenfolge) mit ihren täglichen Ölfördermengen im Jahre 2011 angeführt:

Staat	geförderte Ölmenge in 1 000 Barrel/Tag	Fördermenge pro Tag in Prozent relativ zur Gesamtförderung pro Tag
Argentinien	555	
Brasilien	2 085	
Ecuador	500	
Peru	152	

- Vervollständigen Sie die Tabelle mit den Fördermengen pro Tag in Prozent, bezogen auf die Gesamtfördermenge pro Tag aller angeführten Staaten.
- Erstellen Sie ein Balkendiagramm der geförderten Ölmengen.

Möglicher Lösungsweg:

Staat	geförderte Ölmenge in 1000 Barrel/Tag	Fördermenge pro Tag in Prozent relativ zur Gesamtförderung pro Tag
Argentinien	555	16,9
Brasilien	2 085	63,3
Ecuador	500	15,2
Peru	152	4,6



11.2.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

In der folgenden Tabelle sind einige erdölfördernde Staaten Südamerikas (in alphabetischer Reihenfolge) mit ihren täglichen Ölfördermengen im Jahr 2011 angeführt:

Legende:

S ... Staat

M ... geförderte Ölmenge in 1000 Barrel/Tag

M_P ... Fördermenge pro Tag in Prozent relativ zur Gesamtförderung pro Tag

---

S | M | M_P

Argentinien | 555 | **[]**

Brasilien | 2085 | **[]**

Ecuador | 500 | **[]**

Peru | 152 | **[]**

-) Vervollständigen Sie die Tabelle mit den Fördermengen pro Tag in Prozent, bezogen auf die Gesamtfördermenge pro Tag aller angeführten Staaten.

-) Erstellen Sie ein Balkendiagramm der geförderten Ölmengen oder beschreiben Sie dieses in einer geeigneten Weise.

[]

Möglicher Lösungsweg:

S | M | M_P

Argentinien | 555 | **[16,9]**

Brasilien | 2085 | **[63,3]**

Ecuador | 500 | **[15,2]**

Peru | 152 | **[4,6]**

Abb. 11.2_L

{{Beschreibung des Balkendiagramms:

waagrechte Achse: Ölfördermenge in 1000 Barrel/Tag; [0; 2500], Skalierung: 500;

senkrechte Achse: Argentinien, Brasilien, Ecuador, Peru;

Es sind vier gleich breite Balken eingezeichnet.

Balken für Argentinien: Länge 555

Balken für Brasilien: Länge 2085

Balken für Ecuador: Länge 500

Balken für Peru: Länge 152}}

-----

12 Kreisdiagramm

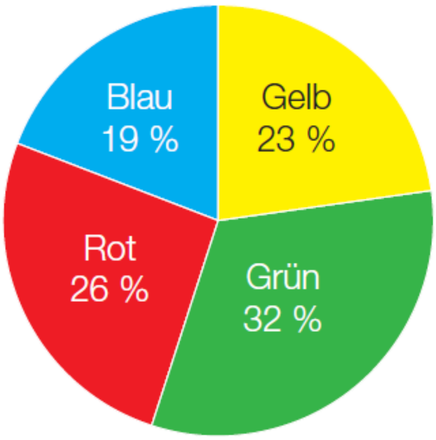
12.1 Beispiel - Puzzle - Teilaufgabe a

Eine Puzzle-Spielmatte für Kleinkinder besteht aus 47 Einzelteilen in vier verschiedenen Farben. Die nachstehende Tabelle zeigt die Anzahl der Teile mit den jeweiligen Farben.

Farbe	Gelb	Blau	Rot	Grün
Anzahl	11	9	12	15

- Stellen Sie die prozentuellen Häufigkeiten der Farben in einem Kreisdiagramm dar.

Möglicher Lösungsweg:



12.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Eine Puzzle-Spielmatte für Kleinkinder besteht aus 47 Einzelteilen in vier verschiedenen Farben. Die nachstehende Tabelle zeigt die Anzahl der Teile mit den jeweiligen Farben.

Legende:

F ... Farbe

A ... Anzahl

F | A

Gelb | 11

Blau | 9

Rot | 12

Grün | 15

-) Stellen Sie die prozentuellen Häufigkeiten der Farben in einem Kreisdiagramm dar oder beschreiben Sie dieses in einer geeigneten Weise.

[]

Möglicher Lösungsweg:

Abb. 12.1_L

{{Beschreibung des Kreisdiagramms:

Anzahl der Sektoren: 4

Gelb: 360°/47 *11 ~~84°

Blau: 360°/47 *9 ~~69°

Rot: 360°/47 *12 ~~92°

Grün: 360°/47 *15 ~~115°}}

-----

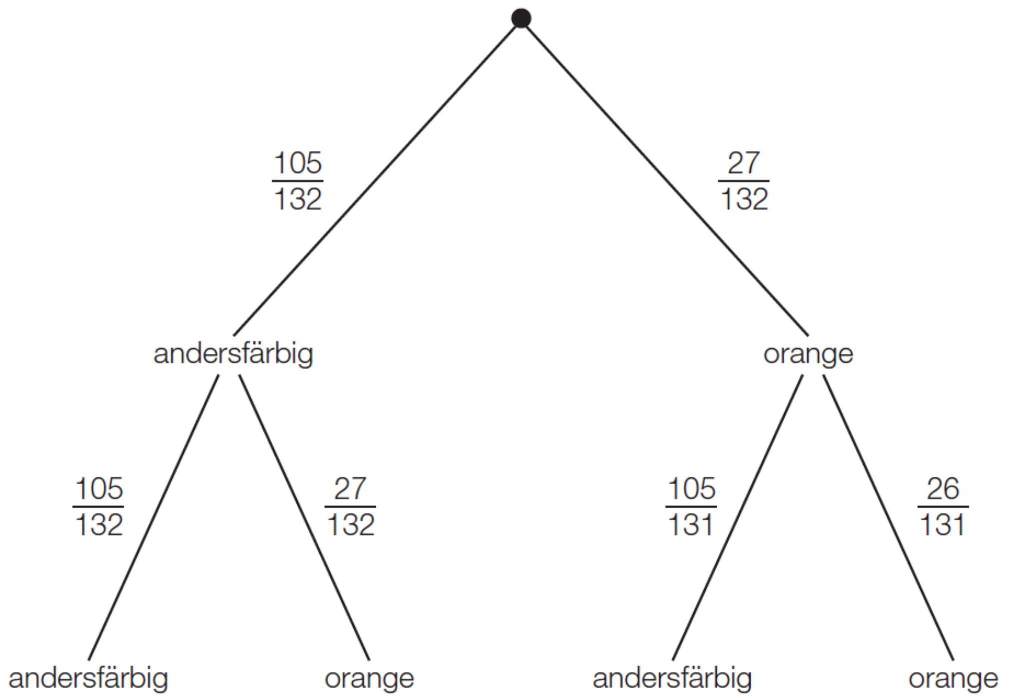
13 Baumdiagramm

13.1 Beispiel – Gummibaerchen ziehen - Teilaufgabe a

In einer Packung mit insgesamt 132 Gummibärchen sind 27 orangefärbige Gummibärchen.
Carina nimmt ohne hinzusehen ein Gummibärchen aus der Packung. Ist dieses zufällig ausgewählte Gummibärchen orangefärbig, wird es sofort gegessen. Ein andersfärbiges Gummibärchen legt sie wieder in die Packung zurück. Das macht sie 2-mal hintereinander.

- Veranschaulichen Sie die möglichen Ausgänge dieses Zufallsexperiments in einem mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten beschrifteten Baumdiagramm.

Möglicher Lösungsweg:



13.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

In einer Packung mit insgesamt 132 Gummibärchen sind 27 orangefärbige Gummibärchen. Carina nimmt ohne hinzusehen ein Gummibärchen aus der Packung. Ist dieses zufällig ausgewählte Gummibärchen orangefärbig, wird es sofort gegessen. Ein andersfärbiges Gummibärchen legt sie wieder in die Packung zurück. Das macht sie 2-mal hintereinander.

-) Veranschaulichen Sie die möglichen Ausgänge dieses Zufallsexperiments in einem mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten beschrifteten Baumdiagramm.

[]

Möglicher Lösungsweg:

{{Beschreibung des Baumdiagramms:
Es werden 2 Züge hintereinander ausgeführt. Es ergeben sich 4 Pfade.

Legende:
a ... andersfärbig
o ... orange

---

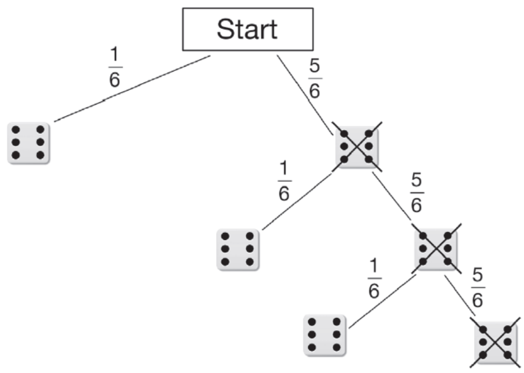
1. Pfad: a (105/132) - a (105/132)
2. Pfad: a (105/132) - o (27/132)
3. Pfad: o (27/132) - a (105/131)
4. Pfad: o (27/132) - o (26/131)}}

13.2 Beispiel – Brettspiele - Teilaufgabe a

Beim Würfeln mit einem fairen Spielwürfel treten die Augenzahlen 1 bis 6 jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf.
Bei einem Brettspiel wird zu Beginn des Spiels mit einem fairen Spielwürfel gewürfelt. Um das Spiel beginnen zu können, muss man einen Sechser würfeln. In einem Durchgang hat man maximal 3 Versuche zur Verfügung. Sobald man einen Sechser gewürfelt hat, ist die nächste Spielerin / der nächste Spieler an der Reihe.

- Stellen Sie alle möglichen Ausgänge ("Sechser" oder "kein Sechser") für einen Durchgang für eine Spielerin/einen Spieler in einem Baumdiagramm dar.

Möglicher Lösungsweg:



13.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Beim Würfeln mit einem fairen Spielwürfel treten die Augenzahlen 1 bis 6 jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf. Bei einem Brettspiel wird zu Beginn des Spiels mit einem fairen Spielwürfel gewürfelt. Um das Spiel beginnen zu können, muss man einen Sechser würfeln. In einem Durchgang hat man maximal 3 Versuche zur Verfügung. Sobald man einen Sechser gewürfelt hat, ist die nächste Spielerin/der nächste Spieler an der Reihe.

-) Stellen Sie alle möglichen Ausgänge ("Sechser" oder "kein Sechser") für einen Durchgang für eine Spielerin/einen Spieler in einem Baumdiagramm dar.

[]

Möglicher Lösungsweg:

{{Beschreibung des Baumdiagramms:
Es wird 3 Mal gewürfelt. Es ergeben sich 4 Pfade.

Legende:
s ... Sechser
ks ... kein Sechser

---

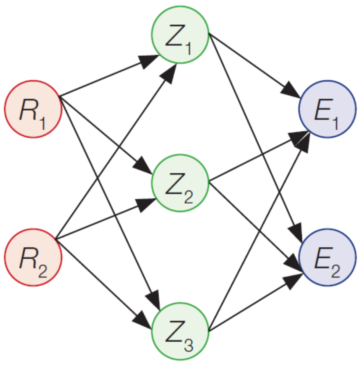
1. Pfad: s (1/6)
2. Pfad: ks (5/6) - s (1/6)
3. Pfad: ks (5/6) - ks (5/6) - s (1/6)
4. Pfad: ks (5/6) - ks (5/6) - ks (5/6)}}

-----

14 Gozinto-Graph

14.1 Beispiel – Rohstoffbedarf – Teilaufgabe a

In einem Unternehmen können die Verflechtungen zwischen den Rohstoffen R_1 und R_2, den Zwischenprodukten Z_1, Z_2 und Z_3 und den beiden Endprodukten E_1 und E_2 in einem zweistufigen Produktionsverfahren durch den nachstehenden Gozinto-Graphen und mit den beiden nachstehenden Tabellen dargestellt werden. Die Tabellen geben an, wie viele ME von den jeweiligen Rohstoffen bzw. Zwischenprodukten benötigt werden, um jeweils eine ME der Zwischenprodukte bzw. Endprodukte herzustellen.



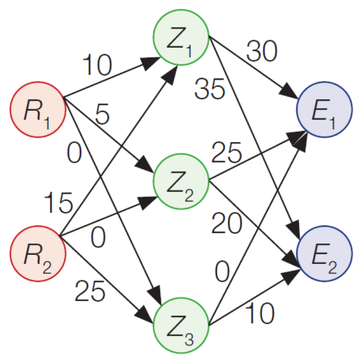
	Z_1	Z_2	Z_3
R_1	10	5	0
R_2	15	0	25

	E_1	E_2
Z_1	30	35
Z_2	25	20
Z_3	0	10

Von E_1 werden 200 ME und von E_2 350 ME nachgefragt.

- Übertragen Sie die in den Tabellen angegebenen Mengen in den Gozinto-Graphen.

Möglicher Lösungsweg:



14.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

In einem Unternehmen können die Verflechtungen zwischen den Rohstoffen R_1 und R_2, den Zwischenprodukten Z_1, Z_2 und Z_3 und den beiden Endprodukten E_1 und E_2 in einem zweistufigen Produktionsverfahren durch den nachstehenden Gozinto-Graphen und mit den beiden nachstehenden Tabellen (Tabelle 1, Tabelle 2) dargestellt werden. Die Tabellen geben an, wie viele ME von den jeweiligen Rohstoffen bzw. Zwischenprodukten benötigt werden, um jeweils eine ME der Zwischenprodukte bzw. Endprodukte herzustellen.

Legende:

R_n ... Rohstoff n

Z_n ... Zwischenprodukt n

E_n ... Endprodukt n

Tabelle 1:

-	Z_1	Z_2	Z_3
R_1	10	5	0
R_2	15	0	25

Tabelle 2:

-	E_1	E_2
Z_1	30	35

Z_2 | 25 | 20

Z_3 | 0 | 10

-) Übertragen Sie die in den Tabellen angegebenen Mengen in den Gozinto-Graphen oder tragen Sie die entsprechenden Werte in die Beschreibung des Gozinto-Graphen ein.

{{Beschreibung des Gozinto-Graphen:

Legende:

Pn ... Pfad n

R_n ... Rohstoff n

Z_n ... Zwischenprodukt n

E_n ... Endprodukt n

P1: R_1(**[]**)-Z_1(**[]**)-E_1

P2: R_1(**[]**)-Z_1(**[]**)-E_2

P3: R_1(**[]**)-Z_2(**[]**)-E_1

P4: R_1(**[]**)-Z_2(**[]**)-E_2

P5: R_1(**[]**)-Z_3(**[]**)-E_1

P6: R_1(**[]**)-Z_3(**[]**)-E_2

P7: R_2(**[]**)-Z_1(**[]**)-E_1

P8: R_2(**[]**)-Z_1(**[]**)-E_2

P9: R_2(**[]**)-Z_2(**[]**)-E_1

P10: R_2(**[]**)-Z_2(**[]**)-E_2

P11: R_2(**[]**)-Z_3(**[]**)-E_1

P12: R_2(**[]**)-Z_3(**[]**)-E_2}}

Möglicher Lösungsweg:

{{Beschreibung des Gonzinto-Graphen:

P1: R_1(**[10]**)-Z_1(**[30]**)-E_1

P2: R_1(**[10]**)-Z_1(**[35]**)-E_2

P3: R_1(**[5]**)-Z_2(**[25]**)-E_1

P4: R_1(**[5]**)-Z_2(**[20]**)-E_2

P5: R_1(**[0]**)-Z_3(**[0]**)-E_1

P6: R_1(**[0]**)-Z_3(**[10]**)-E_2

P7: R_2(**[15]**)-Z_1(**[30]**)-E_1

P8: R_2(**[15]**)-Z_1(**[35]**)-E_2

P9: R_2(**[0]**)-Z_2(**[25]**)-E_1

P10: R_2(**[0]**)-Z_2(**[20]**)-E_2

P11: R_2(**[25]**)-Z_3(**[0]**)-E_1

P12: R_2(**[25]**)-Z_3(**[10]**)-E_2}}

Antwortformate

15 Multiple Choice – 1 aus 5

15.1 Beispiel – Wuerfel_1 - Teilaufgabe c

Bei einem Spiel wird mit zwei 6-seitigen Würfeln gewürfelt, wobei die Augenzahlen 1 bis 6 jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten. Die Zufallsvariable *X* ist die Summe der gewürfelten Augenzahlen.

- Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]*

Die Wahrscheinlichkeit, die Augensumme 8 zu werfen, ist am größten.	☐
$P(X = 6) = P(X = 9)$	☐
$P(X \geq 4) = 1 - P(X < 5)$	☐
Die Wahrscheinlichkeit, die Augensumme 2 zu werfen, ist $\frac{2}{36}$.	☐
$P(X = 3) = P(X = 11)$	☐

Lösung:

$P(X = 3) = P(X = 11)$	☒

15.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Bei einem Spiel wird mit zwei 6-seitigen Würfeln gewürfelt, wobei die Augenzahlen 1 bis 6 jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten. Die Zufallsvariable X ist die Summe der gewürfelten Augenzahlen.

-) Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an. [1 aus 5]

[] Die Wahrscheinlichkeit, die Augensumme 8 zu werfen, ist am größten.

[] P(X =6) =P(X =9)

[] P(X >=4) =1 -P(X <5)

[] Die Wahrscheinlichkeit, die Augensumme 2 zu werfen, ist 2/36.

[] P(X =3) =P(X =11)

Lösung:

[x] P(X =3) =P(X =11)

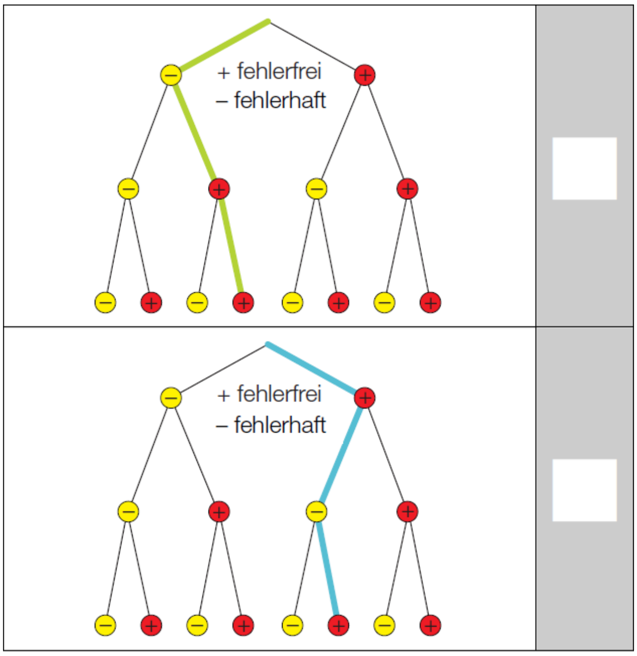
-----

16 Zuordnungsformat

16.1 Beispiel – Dokument Antwortformate SRDP AM (BHS)

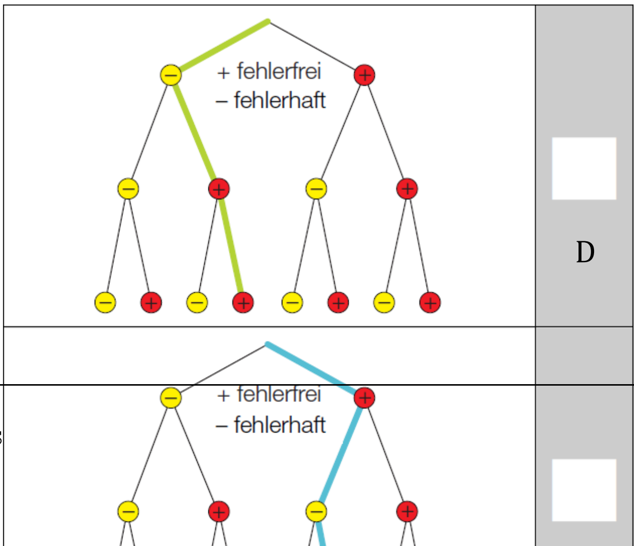
Eine Gewinnminderung ergibt sich für den Unternehmer durch die Tatsache, dass bei der Produktion erwartungsgemäß fehlerhafte Artikel auftreten.
Der markierte Ast des Baumdiagramms gibt bei Entnahme von 3 Stück aus der Produktion die Wahrscheinlichkeit einer fehlerhaften bzw. fehlerfreien Produktionsreihe wieder.

- Ordnen Sie den beiden Diagrammen jeweils die zutreffende Aussage aus A bis D zu.



A	Nur das 2. Stück ist fehlerhaft.
B	Das 2. und das 3. Stück sind fehlerhaft.
C	Das 1. und das 3. Stück sind fehlerhaft.
D	Nur das 1. Stück ist fehlerhaft.

Lösung:



S

A

16.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Eine Gewinnminderung ergibt sich für den Unternehmer durch die Tatsache, dass bei der Produktion erwartungsgemäß fehlerhafte Artikel auftreten.

Der markierte Ast des Baumdiagramms gibt bei Entnahme von 3 Stück aus der Produktion die Wahrscheinlichkeit einer fehlerhaften bzw. fehlerfreien Produktionsreihe wieder.

-) Ordnen Sie den beiden Diagrammen jeweils die zutreffende Aussage aus A bis D zu.

A: Nur das 2. Stück ist fehlerhaft.

B: Das 2. und das 3. Stück sind fehlerhaft.

C: Das 1. und das 3. Stück sind fehlerhaft.

D: Nur das 1. Stück ist fehlerhaft.

{{Beschreibung der Baumdiagramme und Wahlmöglichkeit:

Es wird 3 Mal gezogen.

Legende:

Bdg ... Baumdiagramm

ff ... fehlerfrei

fh ... fehlerhaft

[] Bdg 1: markierter Pfad: fh - ff - ff

[] Bdg 2: markierter Pfad: ff - fh - ff}}

Lösung:

[D] Bdg 1

[A] Bdg 2

-----

17 Lückentext

17.1 Beispiel – Dokument Antwortformate SRDP AM (BHS)

In einer bestimmten Wachstumsphase kann man die Abhängigkeit der Anzahl der Bakterien von der Zeit näherungsweise durch eine Exponentialfunktion B beschreiben:

$B(t) = B_0 \cdot e^{\lambda \cdot t}$ mit $t \geq 0$

t ... Zeit in Minuten, $t = 0$ ist Beobachtungsbeginn
$B(t)$ ... Anzahl der Bakterien zur Zeit t
B_0 ... Anzahl der Bakterien zur Zeit $t = 0$, $B_0 > 0$
λ ... Konstante, $\lambda > 0$

- Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

Die Funktion B ist _____①_____, weil _____②_____.

①	
streng monoton steigend	☐
konstant	☐
streng monoton fallend	☐

②	
sie kein Maximum hat	☐
sie nur für positive t definiert ist	☐
B_0 und λ positiv sind	☐

Lösung:

①	
streng monoton steigend	☒
konstant	☐
streng monoton fallend	☐

②	
sie kein Maximum hat	☐
sie nur für positive t definiert ist	☐
B_0 und λ positiv sind	☒

17.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

In einer bestimmten Wachstumsphase kann man die Abhängigkeit der Anzahl der Bakterien von der Zeit näherungsweise durch eine Exponentialfunktion B beschreiben:

B(t) =B_0 *'e^('la*t) mit t >=0

t ... Zeit in Minuten, t =0 ist Beobachtungsbeginn

B(t) ... Anzahl der Bakterien zur Zeit t

B_0 ... Anzahl der Bakterien zur Zeit t =0, B_0 >0

'la ... Konstante, 'la >0

-) Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

Die Funktion B ist (1)..., weil (2)...

---

(1):

[] streng monoton steigend

[] konstant

[] streng monoton fallend

---

(2):

[] sie kein Maximum hat

[] sie nur für positive t definiert ist

[] B_0 und 'la positiv sind

Lösung:

(1)

[x] streng monoton steigend

(2)

[x] B_0 und 'la positiv sind

-----

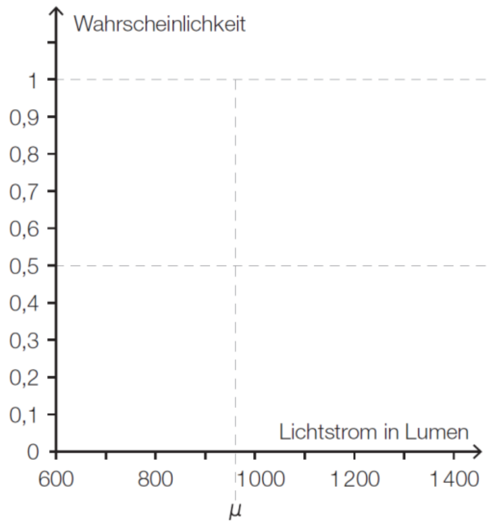
18 Konstruktionsformat

Bei diesem Format ist es möglich, dass Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung anstelle der Konstruktion die Lösung in entsprechender Weise beschreiben.

18.1 Beispiel – LED-Lampen (2) – Teilaufgabe c

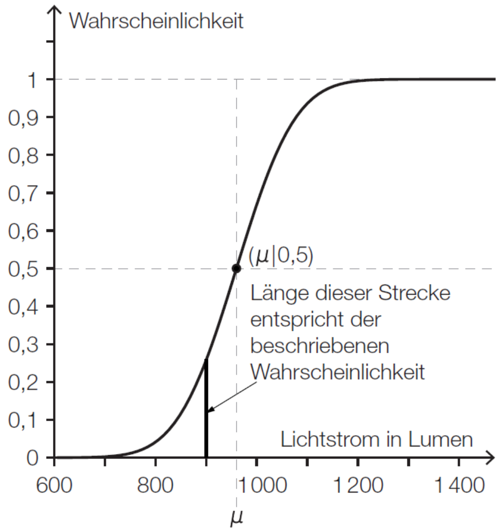
Laut einem Ratgeber für LED-Lampen kann der Lichtstrom von 12-Watt-LED-Lampen als annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert μ angenommen werden. Dabei liegen 95 % der Lichtstromwerte in dem um μ symmetrischen Intervall von 780 Lumen bis 1 140 Lumen.

- Skizzieren Sie den Graphen der zugehörigen Verteilungsfunktion in der nachstehenden Abbildung.



- Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte 12-Watt-LED-Lampe einen Lichtstrom von bis zu 900 Lumen hat.

Möglicher Lösungsweg:



18.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Laut einem Ratgeber für LED-Lampen kann der Lichtstrom von 12-Watt-LED-Lampen als annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert 'my angenommen werden. Dabei liegen 95 % der Lichtstromwerte in dem um 'my symmetrischen Intervall von 780 Lumen bis 1140 Lumen.

-) Skizzieren Sie den Graphen der zugehörigen Verteilungsfunktion in der nachstehenden Abbildung (Abb. 18.1) oder beschreiben Sie diesen in einer geeigneten Weise.

{{Beschreibung der Grafik:

Koordinatensystem

waagrechte Achse: Lichtstrom in Lumen; [600; 1400], Skalierung: 200;

senkrechte Achse: Wahrscheinlichkeit; [0; 1], Skalierung: 0,1;

Auf der waagrechten Achse ist der Erwartungswert 'my bei 960 Lumen markiert.

Es gibt drei strichlierte Hilfslinien:

Zwei Hilfslinien verlaufen parallel zur waagrechten Achse bei der Wahrscheinlichkeit 0,5 und bei der Wahrscheinlichkeit 1.

Eine Hilfslinie verläuft parallel zur senkrechten Achse bei 'my =960 Lumen.}}

[]

–) Veranschaulichen Sie in der Abbildung (Abb. 18.1) die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte 12-Watt-LED-Lampe einen Lichtstrom von bis zu 900 Lumen hat oder beschreiben Sie wie man diese Wahrscheinlichkeit aus einer Abbildung der zugehörigen Verteilungsfunktion ablesen kann.

[]

Möglicher Lösungsweg:

Abb. 18.1_L

{{Beschreibung der Abbildung:
Der Graph der Verteilungsfunktion hat einen S-förmigen Verlauf, ist streng monoton steigend, zuerst links gekrümmt und dann rechts gekrümmt. Der Wendepunkt ist (960|0,5). Der Graph nähert sich asymptotisch der waagrechten Achse und der waagrechten Hilfslinie bei der Wahrscheinlichkeit 1.

An der Stelle 900 wird eine senkrechte Strecke von der waagrechten Achse bis zum Graphen der Verteilungsfunktion eingezeichnet. Die Länge dieser Strecke entspricht der beschriebenen Wahrscheinlichkeit.}}

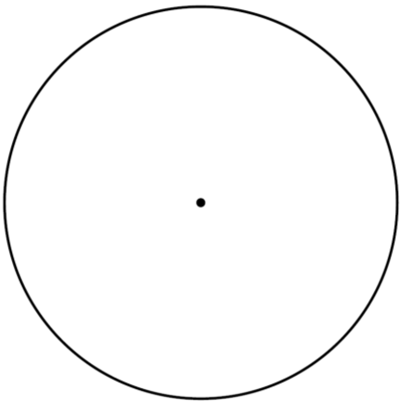
18.2 Beispiel – Blutgruppen - Teilaufgabe a

Nach Karl Landsteiner unterscheidet man vier Blutgruppen: 0, A, B und AB. Diese kommen in Österreich annähernd mit folgender relativer Häufigkeit vor:

Blutgruppe	0	A	B	AB
relative Häufigkeit	37 %	41 %	15 %	7 %

Die Verteilung der Blutgruppen in Österreich soll in einem Kreisdiagramm dargestellt werden.

- Berechnen Sie die Winkel der jeweiligen Sektoren.
- Zeichnen Sie die Sektoren in den nachstehenden Kreis ein.



Möglicher Lösungsweg:

Blutgruppe 0:

$\frac{37}{100} \cdot 360° = 133{,}2°$

Blutgruppe A:

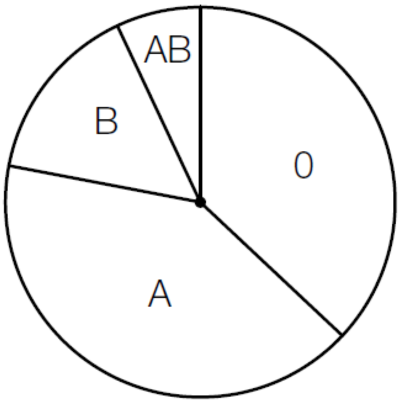
$\frac{41}{100} \cdot 360° = 147{,}6°$

Blutgruppe B:

$\frac{15}{100} \cdot 360° = 54°$

Blutgruppe AB:

$360° - 133{,}2° - 147{,}6° - 54° = 25{,}2°$



18.2.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Nach Karl Landsteiner unterscheidet man vier Blutgruppen: 0, A, B und AB. Diese kommen in Österreich annähernd mit folgender relativer Häufigkeit vor:

Legende:

B ... Blutgruppe

h_i ... relative Häufigkeit

B | h_i

0 | 37 %

A | 41 %

B | 15 %

AB | 7 %

Die Verteilung der Blutgruppen in Österreich soll in einem Kreisdiagramm dargestellt werden.

-) Berechnen Sie die Winkel der jeweiligen Sektoren.

[]

-) Zeichnen Sie die Sektoren in den nachstehenden Kreis ein (Abb. 18.2) oder beschreiben Sie diesen in einer geeigneten Weise.

{{Beschreibung der Abbildung:

Es handelt sich um einen Kreis, bei dem der Mittelpunkt eingezeichnet ist.}}

[]

Möglicher Lösungsweg:

Abb. 18.2_L

{{Beschreibung des Kreisdiagramms:

Anzahl der Sektoren: 4

Blutgruppe 0: 0,37 *360° =133,2°

Blutgruppe A: 0,41 *360° =147,6°

Blutgruppe B: 0,15 *360° =54°

Blutgruppe AB: 0,07 *360° =25,2°}}

D. Beschreibungen von Grafiken - AHS

Graphen ausgewählter Funktionen

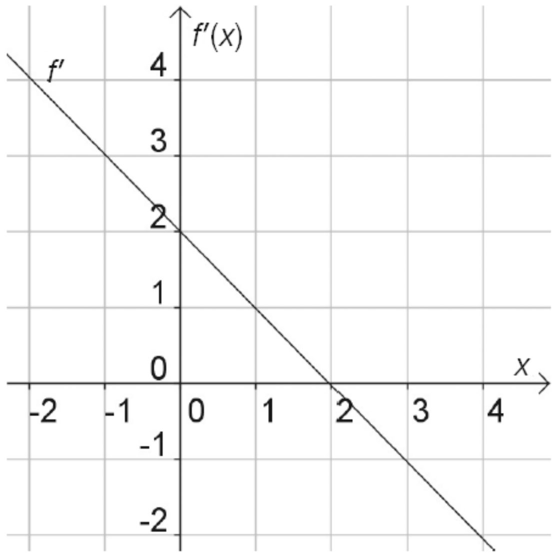
1 Gerade

als Darstellungsform linearer Funktionen

1.1 Beispiel - Eigenschaften einer Funktion

Antwortformat: Multiple Choice (2 aus 5)

Von einer reellen Polynomfunktion f sind der Graph und die Funktionsgleichung der Ableitungsfunktion f' gegeben: $f'(x) = -x + 2$.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die Stelle $x_1 = 0$ ist eine Wendestelle von f.	☐
Im Intervall [0; 1] ist f streng monoton fallend.	☐
Die Tangente an den Graphen der Funktion f im Punkt $(0\|f(0))$ hat die Steigung 2.	☐
Die Stelle $x_2 = 2$ ist eine lokale Maximumstelle von f.	☐
Der Graph der Funktion f weist im Intervall [2; 3] eine Linkskrümmung (positive Krümmung) auf.	☐

1.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Von einer reellen Polynomfunktion f sind der Graph (Abb. 1.1) und die Funktionsgleichung der Ableitungsfunktion f' gegeben: f'(x) =-x +2.

{{Beschreibung der Abbildung:

Koordinatensystem

waagrechte Achse: x; [-2; 4], Skalierung 1;

senkrechte Achse: f'(x); [-2; 4], Skalierung 1;

Der dargestellte Graph von f' ist eine fallende Gerade durch die Punkte (0|2), (2|0).}}

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

[] Die Stelle x_1 =0 ist eine Wendestelle von f.

[] Im Intervall [0; 1] ist f streng monoton fallend.

[] Die Tangente an den Graphen der Funktion f im Punkt (0|f(0)) hat die Steigung 2.

[] Die Stelle x_2 =2 ist eine lokale Maximumstelle von f.

[] Der Graph der Funktion f weist im Intervall [2; 3] eine Linkskrümmung (positive Krümmung) auf.

-----

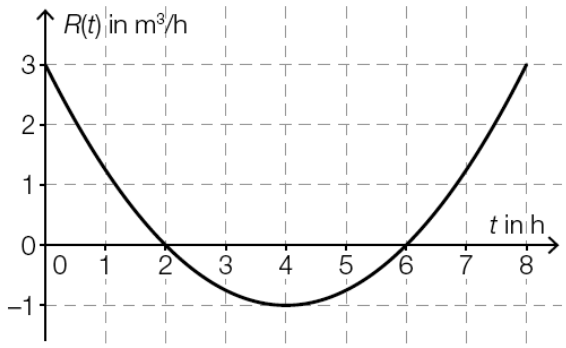
2 Parabel

als Darstellungsform quadratischer Funktionen (Polynomfunktionen vom Grad 2)

2.1 Beispiel - Wassermenge in einem Behälter

Antwortformat: Multiple Choice (2 aus 5)

In der nachstehenden Abbildung ist die momentane Änderungsrate R der Wassermenge in einem Behälter (in m^3/h) in Abhängigkeit von der Zeit t dargestellt.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen über die Wassermenge im Behälter an!

Zum Zeitpunkt $t = 6$ befindet sich weniger Wasser im Behälter als zum Zeitpunkt $t = 2$.	☐
Im Zeitintervall (6; 8) nimmt die Wassermenge im Behälter zu.	☐
Zum Zeitpunkt $t = 2$ befindet sich kein Wasser im Behälter.	☐
Im Zeitintervall (0; 2) nimmt die Wassermenge im Behälter ab.	☐
Zum Zeitpunkt $t = 4$ befindet sich am wenigsten Wasser im Behälter.	☐

2.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

In der nachstehenden Abbildung (Abb. 2.1) ist die momentane Änderungsrate R der Wassermenge in einem Behälter (in m^3/h) in Abhängigkeit von der Zeit t dargestellt.

{{Beschreibung der Abbildung:
Koordinatensystem
waagrechte Achse: t in h; [0; 8], Skalierung: 1;
senkrechte Achse: R(t) in m^3/h; [-1; 3], Skalierung: 1;

Der Graph ist eine nach oben offene Parabel, beginnt in (0|3), schneidet die x-Achse an den Stellen 2 und 6, hat an der Stelle 4 ein Minimum und endet in (8|3).}}

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen über die Wassermenge im Behälter an!

[] Zum Zeitpunkt t =6 befindet sich weniger Wasser im Behälter als zum Zeitpunkt t =2.
[] Im Zeitintervall (6; 8) nimmt die Wassermenge im Behälter zu.
[] Zum Zeitpunkt t =2 befindet sich kein Wasser im Behälter.
[] Im Zeitintervall (0; 2) nimmt die Wassermenge im Behälter ab.
[] Zum Zeitpunkt t =4 befindet sich am wenigsten Wasser im Behälter.
-----

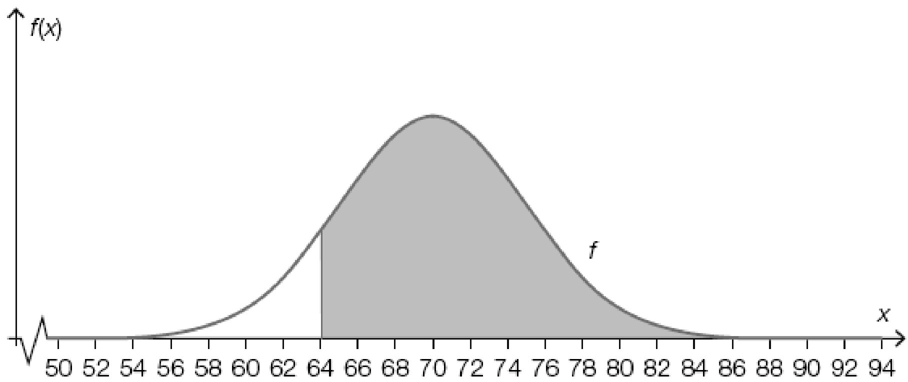
3 Gaußsche Glockenkurve

als Darstellungsform der Dichtefunktion der Normalverteilung

3.1 Beispiel - Grafische Deutung

Antwortformat: offen

In nachstehender Abbildung ist die Dichtefunktion *f* der approximierenden Normalverteilung einer binomialverteilten Zufallsvariablen *X* dargestellt.



Aufgabenstellung:

Deuten Sie den Flächeninhalt der grau markierten Fläche im Hinblick auf die Berechnung einer Wahrscheinlichkeit!

3.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

In nachstehender Abbildung (Abb. 3.1) ist die Dichtefunktion f der approximierenden Normalverteilung einer binomialverteilten Zufallsvariablen X dargestellt.

{{Beschreibung der Abbildung:

Koordinatensystem

waagrechte Achse: x; [50; 94], Skalierung: 2;

senkrechte Achse: f(x);

Der dargestellte Graph von f ist eine Gaußsche Glockenkurve. Die Fläche zwischen dem Graphen und der waagrechten Achse ist von der Senkrechten an der Stelle 64 bis zum rechten Rand der Darstellung markiert.}}

Aufgabenstellung:

Deuten Sie den Flächeninhalt der grau markierten Fläche im Hinblick auf die Berechnung einer Wahrscheinlichkeit!

[]

Graphen anderer Funktionen

Handelt es sich um den Graphen einer Funktion, die im vorangegangenen Kapitel nicht genannt wurde, so wird dieser mithilfe spezieller Punkte und Stellen, der Monotonie, dem asymptotischen Verhalten und/oder dem Krümmungsverhalten beschrieben.

Das sind beispielsweise die Graphen von Potenzfunktionen, Wurzelfunktionen, Polynomfunktionen ab dem Grad 3, Exponentialfunktionen und trigonometrischen Funktionen.

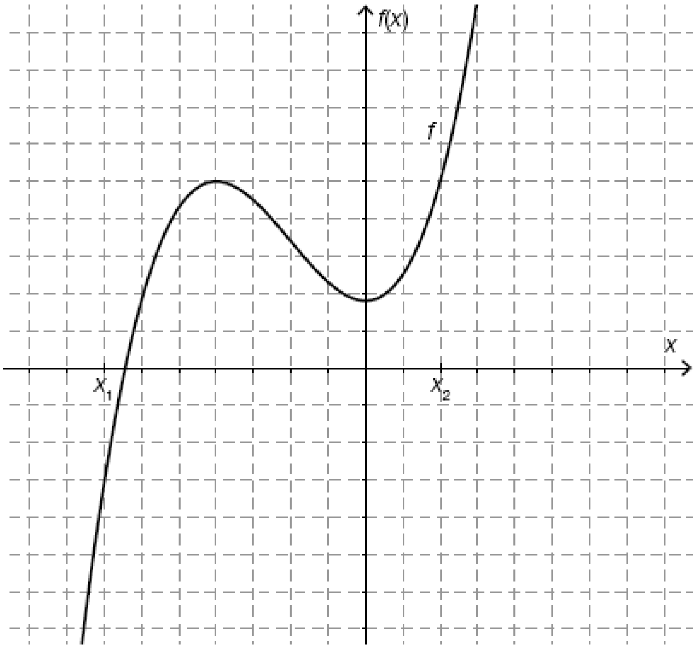
-----

4 Andere Funktionen

4.1 Beispiel - Polynomfunktion

Antwortformat: Konstruktionsformat

Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion dritten Grades f.



Aufgabenstellung:

Skizzieren Sie in der gegebenen Grafik den Graphen der Ableitungsfunktion f' im Intervall $[x_1; x_2]$ und markieren Sie gegebenenfalls die Nullstellen!

4.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion dritten Grades f (Abb. 4.1).

{{Beschreibung der Abbildung:

Koordinatensystem

waagrechte Achse: x; [-9; 8], Skalierung: 1;

senkrechte Achse: f(x); [-7; 9], Skalierung: 1;

Der Graph von f beginnt im 3. Quadranten streng monoton steigend und rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt), hat bei ca. -6,5 eine Nullstelle, bei -4 ein lokales Maximum und bei 0 ein lokales Minimum. Die Wendestelle ist bei -2.

Auf der x-Achse sind die Stellen x_1 bei -7 und x_2 bei 2 markiert.}}

Aufgabenstellung:

Skizzieren Sie in der gegebenen Grafik den Graphen der Ableitungsfunktion f′ im Intervall [x_1; x_2] und markieren Sie gegebenenfalls die Nullstellen oder beschreiben Sie den Verlauf des Graphen in einer geeigneten Weise und geben Sie gegebenenfalls die Nullstellen an!

[]

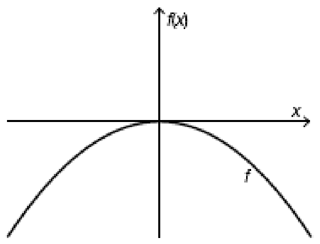
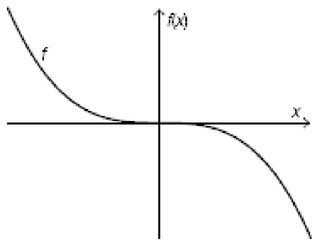
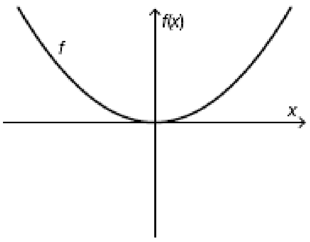
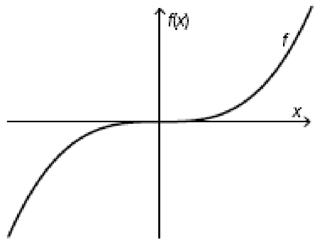
4.2 Beispiel - Potenzfunktionen

Antwortformat: Zuordnungsformat

Gegeben sind die Graphen von vier verschiedenen Potenzfunktionen f mit $f(x) = a \cdot x^z$ sowie sechs Bedingungen für den Parameter a und den Exponenten z. Dabei ist a eine reelle, z eine natürliche Zahl.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Graphen jeweils die entsprechende Bedingung für den Parameter a und den Exponenten z der Funktionsgleichung (aus A bis F) zu!

A	$a > 0, z = 1$
B	$a > 0, z = 2$
C	$a > 0, z = 3$
D	$a < 0, z = 1$
E	$a < 0, z = 2$
F	$a < 0, z = 3$

4.2.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Gegeben sind die Graphen von vier verschiedenen Potenzfunktionen f (Abb. 4.2_1, Abb. 4.2_2, Abb. 4.2_3, Abb. 4.2_4) mit

f(x) =a *x^z

sowie sechs Bedingungen für den Parameter a und den Exponenten z. Dabei ist a eine reelle, z eine natürliche Zahl.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Graphen, die nachstehend beschrieben sind, jeweils die entsprechende Bedingung für den Parameter a und den Exponenten z der Funktionsgleichung (aus A bis F) zu!

A: a >0, z =1

B: a >0, z =2

C: a >0, z =3

D: a <0, z =1

E: a <0, z =2

F: a <0, z =3

{{Beschreibung der Abbildungen und Möglichkeiten zum Zuordnen:

vier Koordinatensysteme

waagrechte Achse: x;

senkrechte Achse: f(x);

[] Graph 1:

nach unten offene Parabel, symmetrisch zur senkrechten Achse, Hochpunkt(0|0)

[] Graph 2:

beginnt im 2. Quadranten, ist zuerst linksgekrümmt (positiv gekrümmt) und streng monoton fallend, hat in (0|0) einen Sattelpunkt und liegt dann im 4. Quadranten, ist dort rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt) und streng monoton fallend

[] Graph 3:

nach oben offene Parabel, symmetrisch zur senkrechten Achse, Tiefpunkt (0|0)

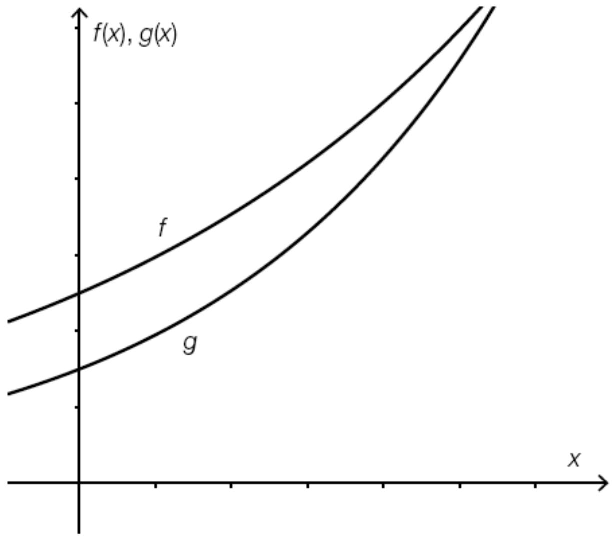
[] Graph 4:

beginnt im 3. Quadranten, ist zuerst rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt) und streng monoton steigend, hat in (0|0) einen Sattelpunkt und liegt dann im 1. Quadranten, ist dort linksgekrümmt (positiv gekrümmt) und streng monoton steigend}}

4.3 Beispiel - Exponentialfunktionen

Antwortformat: Lückentext

Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen zweier Exponentialfunktionen f und g mit den Funktionsgleichungen $f(x) = c \cdot a^x$ und $g(x) = d \cdot b^x$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$.



Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Für die Parameter a, b, c, d der beiden gegebenen Exponentialfunktionen gelten die Beziehungen ___①___ und ___②___.

①	
$c < d$	☐
$c = d$	☐
$c > d$	☐

②	
$a < b$	☐
$a = b$	☐
$a > b$	☐

4.3.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen zweier
Exponentialfunktionen f und g (Abb. 4.3) mit den
Funktionsgleichungen
f(x) =c *a^x
und
g(x) =d *b^x
mit a, b, c, d 'el 'R^+.

{{Beschreibung der Abbildung:
Koordinatensystem
waagrechte Achse: x;
senkrechte Achse: f(x), g(x);

Beide Graphen beginnen im 2. Quadranten. Der Graph der Funktion f schneidet die senkrechte Achse weiter oben als der Graph der Funktion g. Beide Graphen sind linksgekrümmt (positiv gekrümmt) und streng monoton steigend. Der Unterschied der Funktionswerte wird mit größer werdendem x immer kleiner.}}

Aufgabenstellung:
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!
Für die Parameter a, b, c, d der beiden gegebenen Exponentialfunktionen gelten die Beziehungen (1) ... und (2) ...
---
(1)
[] c <d
[] c =d
[] c >d
(2)
[] a <b

[] a =b

[] a >b

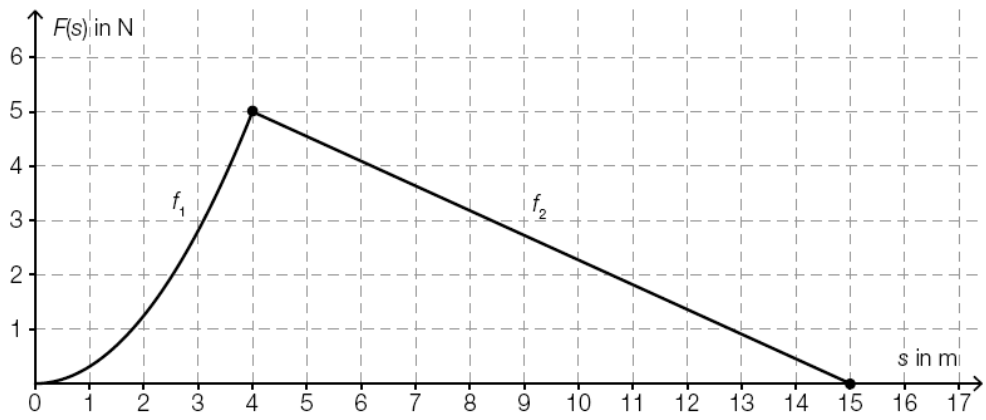
4,4 Beispiel - Zusammengesetzte Funktionen

Antwortformat: halboffen

Ein Massestück wird durch die Einwirkung einer Kraft geradlinig bewegt. Die dazu erforderliche Kraftkomponente in Wegrichtung ist als Funktion des zurückgelegten Weges in der nachstehenden Abbildung dargestellt. Der Weg s wird in Metern (m), die Kraft $F(s)$ in Newton (N) gemessen.

Im ersten Wegabschnitt wird $F(s)$ durch f_1 mit $f_1(s) = \frac{5}{16} \cdot s^2$ beschrieben. Im zweiten Abschnitt (f_2) nimmt sie linear auf den Wert null ab.

Die Koordinaten der hervorgehobenen Punkte des Graphen der Funktion sind ganzzahlig.



Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die Arbeit W in Joule (J), die diese Kraft an dem Massestück verrichtet, wenn es von $s = 0$ m bis zu $s = 15$ m bewegt wird!

W = ___________ J

4.4.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Ein Massestück wird durch die Einwirkung einer Kraft geradlinig bewegt. Die dazu erforderliche Kraftkomponente in Wegrichtung ist als Funktion des zurückgelegten Weges in der nachstehenden Abbildung (Abb. 4.4) dargestellt. Der Weg s wird in Metern (m), die Kraft F(s) in Newton (N) gemessen. Im ersten Wegabschnitt wird F(s) durch f_1 mit

f_1(s) =5/16 *s^2

beschrieben. Im zweiten Abschnitt (f_2) nimmt sie linear auf den Wert null ab.
Die Koordinaten der hervorgehobenen Punkte des Graphen der Funktion sind ganzzahlig.

{{Beschreibung der Abbildung:
Koordinatensystem
waagrechte Achse: s in m; [0; 17], Skalierung: 1;
senkrechte Achse: F(s) in N; [0; 6], Skalierung: 1;

Der Graph von f_1 beginnt im Ursprung, ist streng monoton steigend, linksgekrümmt (positiv gekrümmt) und endet im Punkt (4|5).
Der Graph von f_2 beginnt im Punkt (4|5), ist eine fallende Gerade und endet im Punkt (15|0).}}

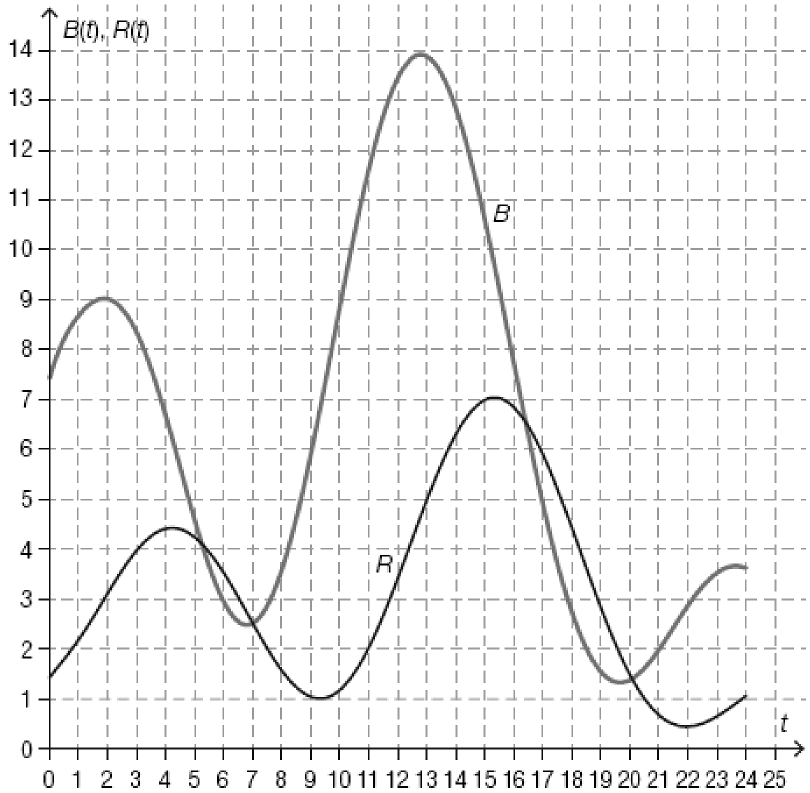
Aufgabenstellung:
Ermitteln Sie die Arbeit W in Joule (J), die diese Kraft an dem Massestück verrichtet, wenn es von s =0 m bis zu s =15 m bewegt wird!

W =**[]** J

4.5 Beispiel - Allgemeine reelle Funktionen

Antwortformat: offen

Das Räuber-Beute-Modell zeigt vereinfacht Populationsschwankungen einer Räuberpopulation (z. B. der Anzahl von Kanadischen Luchsen) und einer Beutepopulation (z. B. der Anzahl von Schneeschuhhasen). Die in der unten stehenden Grafik abgebildeten Funktionen R und B beschreiben modellhaft die Anzahl der Räuber $R(t)$ bzw. die Anzahl der Beutetiere $B(t)$ für einen beobachteten Zeitraum von 24 Jahren ($B(t)$, $R(t)$ in 10 000 Individuen, t in Jahren).



Aufgabenstellung:

Geben Sie alle Zeitintervalle im dargestellten Beobachtungszeitraum an, in denen sowohl die Räuberpopulation als auch die Beutepopulation abnimmt!

4.5.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Das Räuber-Beute-Modell zeigt vereinfacht Populationsschwankungen einer Räuberpopulation (z. B. der Anzahl von Kanadischen Luchsen) und einer Beutepopulation (z. B. der Anzahl von Schneeschuhhasen). Die in der unten stehenden Grafik (Abb. 4.5) abgebildeten Funktionen R und B beschreiben modellhaft die Anzahl der Räuber R(t) bzw. die Anzahl der Beutetiere B(t) für einen beobachteten Zeitraum von 24 Jahren (B(t), R(t) in 10000 Individuen, t in Jahren).

{{Beschreibung der Abbildung:
Koordinatensystem
waagrechte Achse: t; [0; 25], Skalierung: 1;
senkrechte Achse: B(t), R(t); [0; 14], Skalierung: 1;

Beide Funktionen sind stetig und ihre Graphen beginnen streng monoton steigend.
Der Graph von R beginnt bei (0|1,5), hat bei ca. 4,2 und ca. 15,3 lokale Maxima, bei ca. 9,3 und ca. 22 lokale Minima.
Der Graph von B beginnt bei (0|7,5), hat bei ca. 2, ca. 12,8 und ca. 23,5 lokale Maxima, bei ca. 6,8 und ca. 19,6 lokale Minima.}}

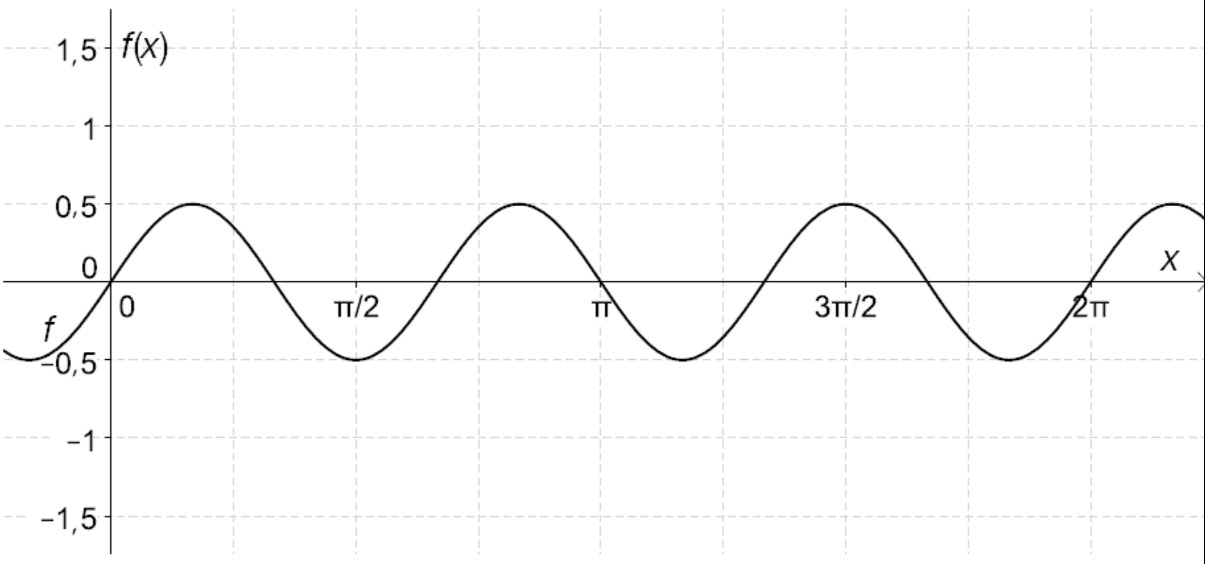
Aufgabenstellung:
Geben Sie alle Zeitintervalle im dargestellten Beobachtungszeitraum an, in denen sowohl die Räuberpopulation als auch die Beutepopulation abnimmt!

[]

4.6 Beispiel - Sinusfunktion

Antwortformat: halboffen

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f mit $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.



Aufgabenstellung:

Geben Sie die für den abgebildeten Graphen passenden Parameterwerte von f an!

a = ________________________________

b = ________________________________

4.6.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Die nachstehende Abbildung (Abb. 4.6) zeigt den Graphen einer Funktion f mit f(x) =a *sin(b *x) mit a, b 'el 'R.

{{Beschreibung der Abbildung:

Koordinatensystem

waagrechte Achse: x; [0; 2 *'pi], Skalierung: 'pi/4;

senkrechte Achse: f(x); [-1,5; 1,5], Skalierung: 0,5;

Der Graph von f beginnt im 4. Quadranten streng monoton steigend und hat bei (0|0) und (2 *'pi|0) Nullstellen. Im Intervall [0; 2'pi] sind 5 weitere Nullstellen.

Funktionswerte der Maxima: f(x) =0,5

Funktionswerte der Minima: f(x) =-0,5}}

Aufgabenstellung:

Geben Sie für den abgebildeten Graphen passende Parameterwerte von f an!

---

a =**[]**

b =**[]**

Ausgewählte Darstellungen

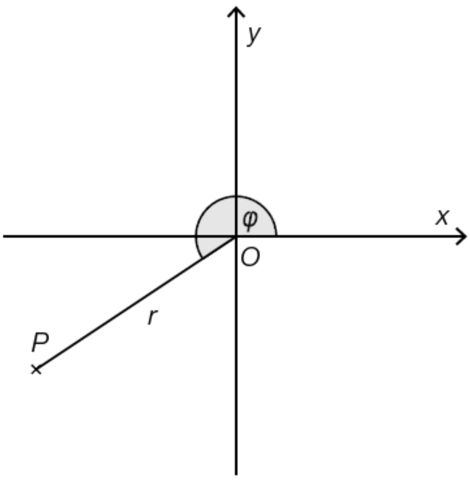
5 Ebene Abbildungen

5.1 Beispiel - Koordinaten eines Punktes

Antwortformat: offen

In der unten stehenden Abbildung ist der Punkt $P = (-3|-2)$ dargestellt.

Die Lage des Punktes P kann auch durch die Angabe des Abstands $r = \overline{OP}$ und die Größe des Winkels φ eindeutig festgelegt werden.



Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Größe des Winkels φ!

5.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

In der unten stehenden Abbildung (Abb. 5.1) ist der Punkt P =(−3|−2) dargestellt.

Die Lage des Punktes P kann auch durch die Angabe des Abstands r =(OP)^- und die Größe des Winkels 'ph eindeutig festgelegt werden.

{{Beschreibung der Abbildung:

Koordinatensystem mit Ursprung O

waagrechte Achse: x;

senkrechte Achse: y;

P liegt im 3. Quadranten, die Strecke (OP)^- ist mit r bezeichnet und der erhabene Winkel 'ph zwischen der positiven x-Achse und r ist mit einem Winkelbogen gekennzeichnet.}}

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Größe des Winkels 'ph!

[]

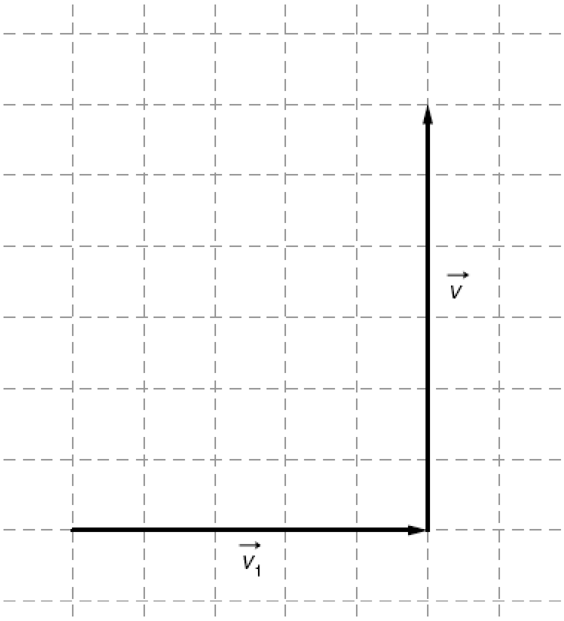
5.2 Beispiel - Vektoren

Antwortformat: Konstruktionsformat

Die unten stehende Abbildung zeigt zwei Vektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}$.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie in der Abbildung einen Vektor $\vec{v}_2$ so, dass $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}$ ist!



5.2.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Die unten stehende Abbildung (Abb. 5.2) zeigt zwei Vektoren 'v_1 und 'v.

{{Beschreibung der Abbildung:
In einem Koordinatengitter sind zwei Vektoren eingezeichnet. Der Vektor 'v_1 liegt waagrecht und ist fünf Einheiten lang. Er zeigt von links nach rechts. Der Vektor 'v beginnt an der Spitze des Vektors 'v_1 und zeigt senkrecht sechs Einheiten nach oben.}}

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie in der Abbildung einen Vektor 'v_2 so, dass 'v_1 +'v_2 ='v ist oder beschreiben Sie diesen in einer geeigneten Weise!

[]

-----

7 Tabellen

Vorschlag Hr. Klein März 2018: Bei Tabellen mit mehr als 3 Spalten, die Spaltenabkürzungen bei jedem Eintrag angeben.

z.B.

s | t | v | P

s:5 |t:1 | v:5 | P:6

7.1 Beispiel - Differenzengleichung

Antwortformat: halboffen

Die nachstehende Tabelle enthält Werte einer Größe zum Zeitpunkt n ($n \in \mathbb{N}$).

n	x_n
0	10
1	21
2	43
3	87

Die zeitliche Entwicklung dieser Größe kann durch eine Differenzengleichung der Form $x_{n+1} = a \cdot x_n + b$ beschrieben werden.

Aufgabenstellung:

Geben Sie die Werte der (reellen) Parameter a und b so an, dass damit das in der Tabelle angegebene zeitliche Verhalten beschrieben wird!

a = ________________________________

7.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Die nachstehende Tabelle enthält Werte einer Größe zum Zeitpunkt n (n 'el 'N).

---

n | x_n
0 | 10
1 | 21
2 | 43
3 | 87

Die zeitliche Entwicklung dieser Größe kann durch eine Differenzengleichung der Form
x_(n +1) =a *x_n +b
beschrieben werden.

Aufgabenstellung:
Geben Sie die Werte der (reellen) Parameter a und b so an, dass damit das in der Tabelle angegebene zeitliche Verhalten beschrieben wird!
---
a =**[]**
b =**[]**

7.2 Beispiel - Leistungsverbesserung

Antwortformat: halboffen

Drei Personen A, B und C absolvieren jeweils vor und nach einem Spezialtraining denselben Koordinationstest. In der nachstehenden Tabelle sind die dabei erreichten Punkte angeführt.

	Person A	Person B	Person C
erreichte Punkte vor dem Spezialtraining	5	15	20
erreichte Punkte nach dem Spezialtraining	8	19	35

Gute Leistungen sind durch hohe Punktezahlen gekennzeichnet. Wie aus der Tabelle ersichtlich ist, erreichen alle drei Personen nach dem Spezialtraining mehr Punkte als vorher.

Aufgabenstellung:

Wählen Sie aus den Personen A, B und C die beiden aus, die die nachstehenden Bedingungen erfüllen!

- Bei der ersten Person ist die absolute Änderung der Punktezahl größer als bei der zweiten.
- Bei der zweiten Person ist die relative Änderung der Punktezahl größer als bei der ersten Person.

erste Person: ____________________

zweite Person: ____________________

6.3.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Drei Personen A, B und C absolvieren jeweils vor und nach einem Spezialtraining denselben Koordinationstest. Nachstehend sind die dabei erreichten Punkte angeführt.

Legende:

P ... Person A, B, C

V ... erreichte Punkte vor dem Spezialtraining

N ... erreichte Punkte nach dem Spezialtraining

P	V	N
A	5	8
B	15	19
C	20	35

Gute Leistungen sind durch hohe Punktezahlen gekennzeichnet. Wie aus den Angaben ersichtlich ist, erreichen alle drei Personen nach dem Spezialtraining mehr Punkte als vorher.

Aufgabenstellung:

Wählen Sie aus den Personen A, B und C die beiden aus, die die nachstehenden Bedingungen erfüllen!

-) Bei der ersten Person ist die absolute Änderung der Punktezahl größer als bei der zweiten.

-) Bei der zweiten Person ist die relative Änderung der Punktezahl größer als bei der ersten Person.

---

erste Person: **[]**

zweite Person: **[]**

-----

8 Boxplot

Je nach Aufgabenstellung wird eine Auswahl der folgenden Kenngrößen angegeben bzw. umschrieben:

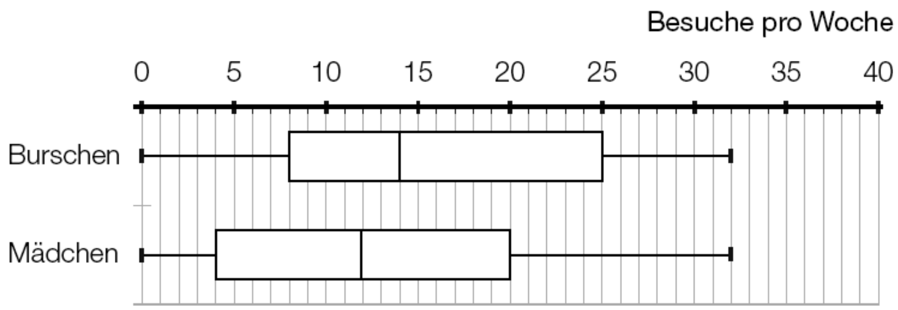
Spannweite, minimaler Wert, 1. Quartil, 2. Quartil oder Median, 3. Quartil, maximaler Wert

---

8.1 Beispiel - Internetplattform

Antwortformat: Multiple Choice (2 aus 5)

Die Nutzung einer bestimmten Internetplattform durch Jugendliche wird für Mädchen und Burschen getrennt untersucht. Dabei wird erfasst, wie oft die befragten Jugendlichen diese Plattform pro Woche besuchen. Die nachstehenden Kastenschaubilder (Boxplots) zeigen das Ergebnis der Untersuchung.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Der Median der Anzahl von Besuchen pro Woche ist bei den Burschen etwas höher als bei den Mädchen.	☐
Die Spannweite der wöchentlichen Nutzung der Plattform ist bei den Burschen größer als bei den Mädchen.	☐
Aus der Grafik kann man ablesen, dass genauso viele Mädchen wie Burschen die Plattform wöchentlich besuchen.	☐
Der Anteil der Burschen, die mehr als 20-mal pro Woche die Plattform nützen, ist zumindest gleich groß oder größer als jener der Mädchen.	☐
Ca. 80 % der Mädchen und ca. 75 % der Burschen nützen die Plattform genau 25-mal pro Woche.	☐

8.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Die Nutzung einer bestimmten Internetplattform durch Jugendliche wird für Mädchen und Burschen getrennt untersucht. Dabei wird erfasst, wie oft die befragten Jugendlichen diese

Plattform pro Woche besuchen. Die nachstehenden Kastenschaubilder (Boxplots) zeigen das Ergebnis der Untersuchung (Abb. 7.1).

{{Beschreibung der beiden abgebildeten (untereinanderliegenden) Boxplots:
Besuche pro Woche; [0;40], Skalierung: 5;

Boxplot - Burschen:
minimaler Wert: 0
1. Quartil: 8
2. Quartil: 14
3. Quartil: 25
Maximaler Wert: 32

Boxplot - Mädchen:
minimaler Wert: 0
1. Quartil: 4
2. Quartil: 12
3. Quartil: 20
Maximaler Wert: 32}}

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

[] Der Median der Anzahl von Besuchen pro Woche ist bei den Burschen etwas höher als bei den Mädchen.
[] Die Spannweite der wöchentlichen Nutzung der Plattform ist bei den Burschen größer als bei den Mädchen.
[] Aus der Grafik kann man ablesen, dass genauso viele Mädchen wie Burschen die Plattform wöchentlich besuchen.
[] Der Anteil der Burschen, die mehr als 20-mal pro Woche die Plattform nutzen, ist zumindest gleich groß oder größer als jener der Mädchen.

[] Ca. 80 % der Mädchen und ca. 75 % der Burschen nutzen die Plattform genau 25-mal pro Woche.

8.2 Beispiel - Tageshöchsttemperaturen

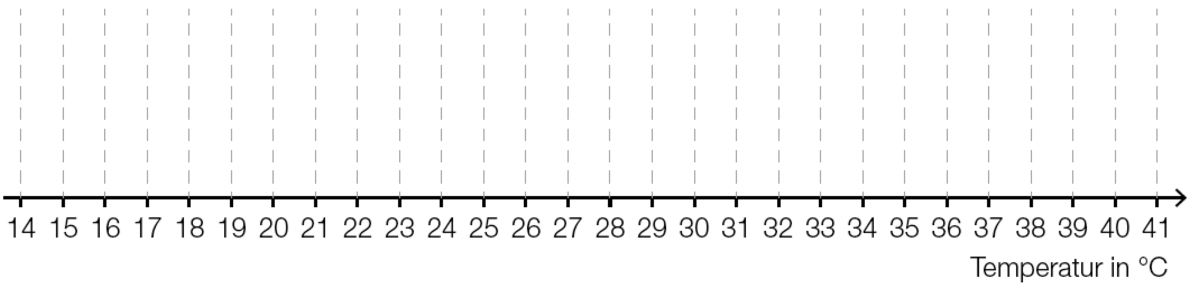
Antwortformat: Konstruktionsformat

Bei einer meteorologischen Messstelle wurden die Tageshöchsttemperaturen für den Zeitraum von einem Monat in einem sehr heißen Sommer aufgezeichnet. Die Messwerte in Grad Celsius können dem nachstehenden Stängel-Blatt-Diagramm entnommen werden.

1	9
2	2 2 3 3 3
2	5 6 6 6 6 7 7 7 7 7 7 7
3	1 1 1 2 3 3 3 4 4 4
3	8
4	0 0

Aufgabenstellung:

Stellen Sie die aufgezeichneten Tageshöchsttemperaturen in einem Kastenschaubild (Boxplot) dar!



8.2.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Bei einer meteorologischen Messstelle wurden die Tageshöchsttemperaturen für den Zeitraum von einem Monat in einem sehr heißen Sommer aufgezeichnet. Die Messwerte in Grad Celsius können dem nachstehenden Stängel-Blatt-Diagramm entnommen werden.

Stängel-Blatt-Diagramm:

1|9

2|2 2 3 3 3

2|5 6 6 6 6 7 7 7 7 7 7 7

3|1 1 1 2 3 3 3 4 4 4

3|8

4|0 0

Aufgabenstellung:

Stellen Sie die aufgezeichneten Tageshöchsttemperaturen in einem Kastenschaubild (Boxplot) dar (Abb. 7.2) oder ergänzen Sie die Beschreibung des Boxplots!

{{Beschreibung des Boxplots:

Temperatur in °C; [14; 41], Skalierung: 1;

minimaler Wert: **[]**

1. Quartil: **[]**

2. Quartil: **[]**

3. Quartil: **[]**

maximaler Wert: **[]**}}

8.3 Beispiel - in Arbeit Frage nach q_1 und q_2

{{Beschreibung des Boxplots:

minimaler Wert bei: ...

Beginn des Rechtecks bei: ...

Median bei: ...

Ende des Rechtecks bei: ...}}

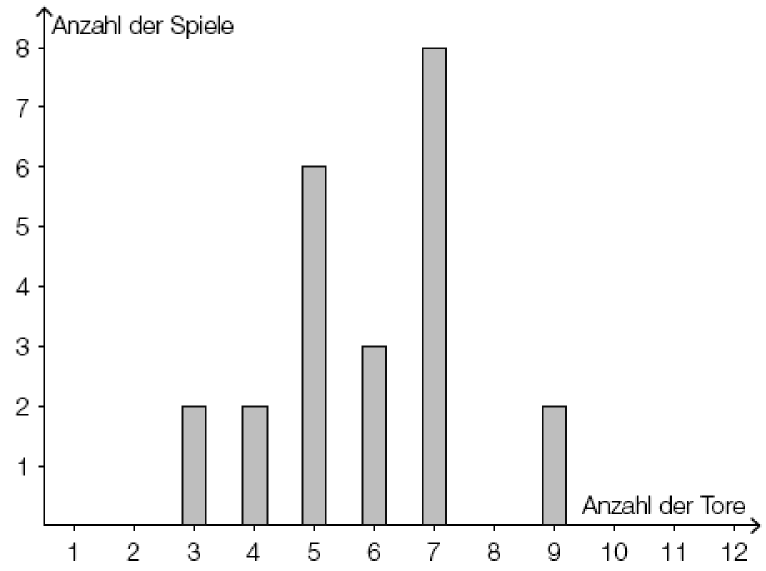
---

9 Säulendiagramm

9.1 Beispiel - Eishockeytore

Antwortformat: Konstruktionsformat

In der österreichischen Eishockeyliga werden die Ergebnisse aller Spiele statistisch ausgewertet. In der Saison 2012/13 wurde über einen bestimmten Zeitraum erfasst, in wie vielen Spielen jeweils eine bestimmte Anzahl an Toren erzielt wurde. Das nachstehende Säulendiagramm stellt das Ergebnis dieser Auswertung dar.



Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie den Median der Datenliste, die dem Säulendiagramm zugrunde liegt!

9.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

In der österreichischen Eishockeyliga werden die Ergebnisse aller Spiele statistisch ausgewertet.

In der Saison 2012/13 wurde über einen bestimmten Zeitraum erfasst, in wie vielen Spielen jeweils eine bestimmte Anzahl an Toren erzielt wurde. Das nachstehende Säulendiagramm (Abb. 8.1) stellt das Ergebnis dieser Auswertung dar.

{{Beschreibung des Säulendiagramm:

waagrechte Achse: Anzahl der Tore; [1; 12], Skalierung 1;

senkrechte Achse: Anzahl der Spiele; [0; 8], Skalierung 1;

Es sind sechs Säulen eingetragen.

Säule bei 3: Höhe 2

Säule bei 4: Höhe 2

Säule bei 5: Höhe 6

Säule bei 6: Höhe 3

Säule bei 7: Höhe 8

Säule bei 9: Höhe 2}}

Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie den Median der Datenliste, die dem Säulendiagramm zugrunde liegt!

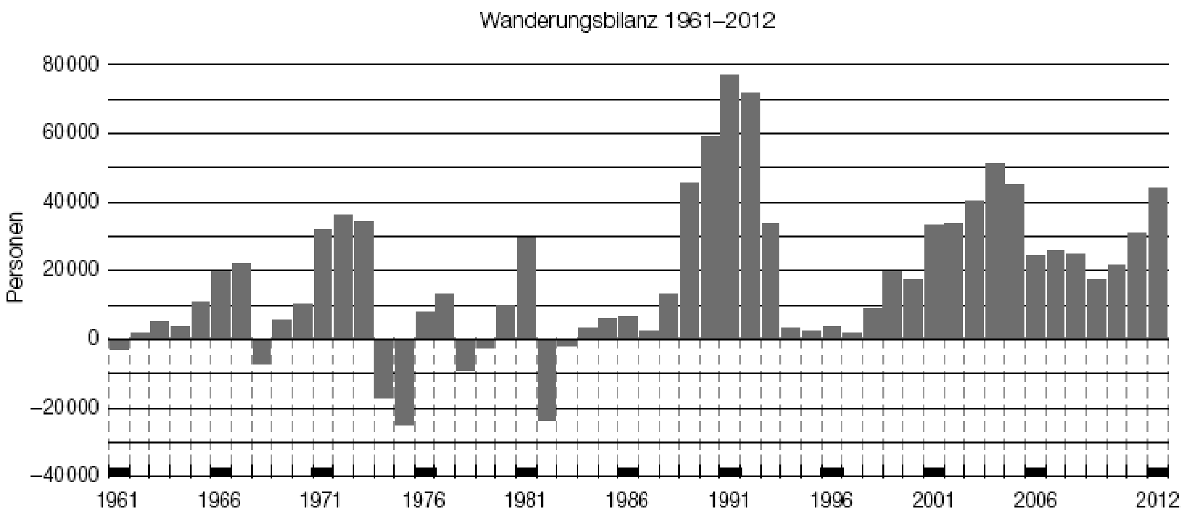
[]

9.2 Beispiel - Wanderungsbilanz für Österreich

Antwortformat: Multiple Choice (2 aus 5)

Die Differenz aus der Anzahl der in einem bestimmten Zeitraum in ein Land zugewanderten Personen und der Anzahl der in diesem Zeitraum aus diesem Land abgewanderten Personen bezeichnet man als *Wanderungsbilanz*.

In der nachstehenden Grafik ist die jährliche Wanderungsbilanz für Österreich in den Jahren von 1961 bis 2012 dargestellt.



Quelle: STATISTIK AUSTRIA, Errechnete Wanderungsbilanz 1961–1995; Wanderungsstatistik 1996–2012; 2007–2011: revidierte Daten. Wanderungsbilanz: Zuzüge aus dem Ausland minus Wegzüge in das Ausland (adaptiert).

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die eine korrekte Interpretation der Grafik darstellen!

Aus dem angegebenen Wert für das Jahr 2003 kann man ablesen, dass in diesem Jahr um ca. 40 000 Personen mehr zugewandert als abgewandert sind.	☐
Der Zuwachs der Wanderungsbilanz vom Jahr 2003 auf das Jahr 2004 beträgt ca. 50 %.	☐
Im Zeitraum 1961 bis 2012 gibt es acht Jahre, in denen die Anzahl der Zuwanderungen geringer als die Anzahl der Abwanderungen war.	☐
Im Zeitraum 1961 bis 2012 gibt es drei Jahre, in denen die Anzahl der Zuwanderungen gleich der Anzahl der Abwanderungen war.	☐
Die Wanderungsbilanz des Jahres 1981 ist annähernd doppelt so groß wie die des Jahres 1970.	☐

9.2.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Die Differenz aus der Anzahl der in einem bestimmten Zeitraum in ein Land zugewanderten Personen und der Anzahl der in diesem Zeitraum aus diesem Land abgewanderten Personen bezeichnet man als |Wanderungsbilanz|.
In der nachstehenden Grafik (Abb. 8.2) ist die jährliche Wanderungsbilanz für Österreich in den Jahren von 1961 bis 2012 dargestellt.

{{Beschreibung des Säulendiagramms:
waagrechte Achse: Jahre; [1961; 2012], Skalierung: 1;
senkrechte Achse: Personen; [-40000; 80000], Skalierung: 10000;

Es gibt 44 unterschiedlich hohe Säulen, die nach oben zeigen und eine positive Wanderungsbilanz ausdrücken und 8 Säulen, die nach unten zeigen und eine negative Wanderungsbilanz anzeigen. In jedem Jahr ist eine Säule eingezeichnet, die in den positiven oder in den negativen Bereich zeigt.
Einige charakteristische Säulen:

Säule bei 1961: -3000 Personen
Säule bei 1967: +21000 Personen
Säule bei 1970: +10000 Personen
Säule bei 1975: -25000 Personen
Säule bei 1981: +30000 Personen
Säule bei 1991: +76000 Personen
Säule bei 2003: +40000 Personen
Säule bei 2004: +51000 Personen
Säule bei 2012: +43000 Personen}}

Quelle: STATISTIK AUSTRIA, Errechnete Wanderungsbilanz 1961-1995; Wanderungsstatistik 1996-2012; 2007-2011: revidierte Daten.
Wanderungsbilanz: Zuzüge aus dem Ausland minus Wegzüge in das Ausland (adaptiert).

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die eine korrekte Interpretation der Grafik darstellen!

[] Aus dem angegebenen Wert für das Jahr 2003 kann man ablesen, dass in diesem Jahr um ca. 40000 Personen mehr zugewandert als abgewandert sind.
[] Der Zuwachs der Wanderungsbilanz vom Jahr 2003 auf das Jahr 2004 beträgt ca. 50 %.
[] Im Zeitraum 1961 bis 2012 gibt es acht Jahre, in denen die Anzahl der Zuwanderungen geringer als die Anzahl der Abwanderungen war.
[] Im Zeitraum 1961 bis 2012 gibt es drei Jahre, in denen die Anzahl der Zuwanderungen gleich der Anzahl der Abwanderungen war.
[] Die Wanderungsbilanz des Jahres 1981 ist annähernd doppelt so groß wie die des Jahres 1970.

-----

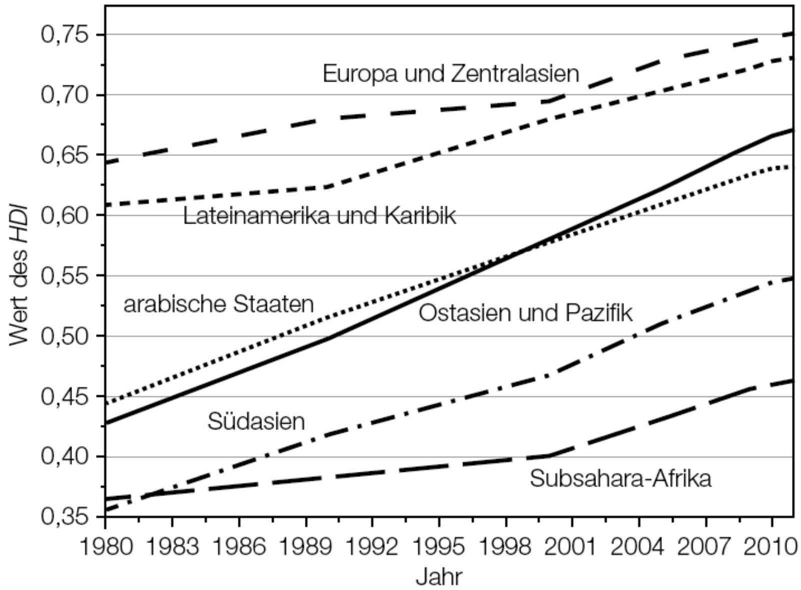
10 Liniendiagramm

10.1 Beispiel - Human Development Index (HDI)

Aufgabenformat: offen

Der *HDI* einer Region in einem bestimmten Jahr ergibt sich aus dem arithmetischen Mittel der *HDI*s der zu dieser Region zählenden Länder.

Die Entwicklung des *HDI* verschiedener Regionen zwischen 1980 und 2011 ist nachstehend abgebildet.



Datenquelle: https://de.wikipedia.org/wiki/Index_der_menschlichen_Entwicklung#/media/File:Human-Development-Index-Trends-2011.svg [08.06.2017].

Die jährliche Entwicklung des *HDI* der Region „arabische Staaten" kann im Zeitraum von 1980 bis 2010 näherungsweise durch eine lineare Funktion H mit der Gleichung $H(t) = k \cdot t + d$ mit $k, d \in \mathbb{R}$ und t in Jahren beschrieben werden, wobei $H(0)$ dem Wert des Jahres 1980 entspricht.

Bestimmen Sie die Werte der Parameter k und d!

Begründen Sie anhand der entsprechenden Abbildung, in welcher Region/in welchen Regionen die mittlere jährliche Zunahme des *HDI* im Zeitraum von 1980 bis 2010 am ehesten jener der Region „arabische Staaten" entsprach!

10.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Der HDI einer Region in einem bestimmten Jahr ergibt sich aus dem arithmetischen Mittel der HDIs der zu dieser Region zählenden Länder.

Die Entwicklung des HDI verschiedener Regionen zwischen 1980 und 2011 ist nachstehend abgebildet (Abb. 9.1).

{{Beschreibung der sechs Liniendiagramme für die Regionen:
waagrechte Achse: Jahr; [1980; 2010], Skalierung: 3;
senkrechte Achse: Wert des HDI; [0,35; 0,75], Skalierung: 0,05;
Jedes der sechs Liniendiagramme besteht aus ein bis drei Streckenabschnitten. Nachfolgend sind die Wertepaare der Streckenendpunkte gegeben.

Europa und Zentralasien:
1980 | 0,64
1990 | 0,68
2000 | 0,69
2010 | 0,75

Lateinamerika und Karibik:
1980 | 0,61
1990 | 0,63
2010 | 0,73

---

arabische Staaten:
1980 | 0,44
2010 | 0,64

Ostasien und Pazifik:
1980 | 0,43
1990 | 0,50
2010 | 0,67

Subsahara-Afrika:
1980 | 0,37
2000 | 0,40
2010 | 0,46

Südasien:

1980 | 0,36

2000 | 0,42

2010 | 0,54}}

Datenquelle:

https://de.wikipedia.org/wiki/Index_der_menschlichen_Entwicklung#/media/File:Human-Development-Index-Trends-2011.svg [08.06.2017].

Aufgabenstellungen:

Die jährliche Entwicklung des HDI der Region "arabische Staaten" kann im Zeitraum von 1980 bis 2010 näherungsweise durch eine lineare Funktion H mit der Gleichung H(t) =k *t +d mit k, d 'el 'R und t in Jahren beschrieben werden, wobei H(0) dem Wert des Jahres 1980 entspricht.

Bestimmen Sie die Werte der Parameter k und d!

[]

Begründen Sie anhand der entsprechenden Abbildung, in welcher Region/in welchen Regionen die mittlere jährliche Zunahme des HDI im Zeitraum von 1980 bis 2010 am ehesten jener der Region "arabische Staaten" entsprach!

[]

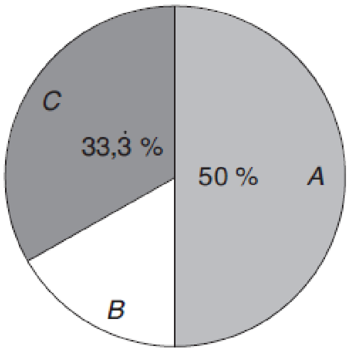
-----

11 Kreisdiagramm

11.1 Beispiel - Umfrage

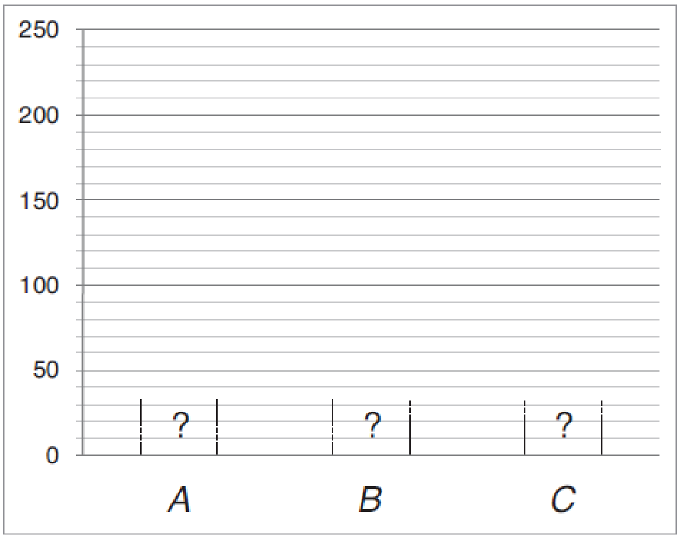
Antwortformat: Konstruktionsformat

Bei einer Umfrage werden die 480 Schüler/innen einer Schule befragt, mit welchem Verkehrsmittel sie zur Schule kommen. Die Antwortmöglichkeiten waren „öffentliche Verkehrsmittel" (*A*), „mit dem Auto / von den Eltern gebracht" (*B*) sowie „mit dem Rad / zu Fuß" (*C*). Folgendes Kreisdiagramm zeigt die Ergebnisse:



Aufgabenstellung:

Vervollständigen Sie das folgende Säulendiagramm anhand der Werte aus dem obenstehenden Kreisdiagramm!



11.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Bei einer Umfrage werden die 480 Schüler/innen einer Schule befragt, mit welchem Verkehrsmittel sie zur Schule kommen. Die Antwortmöglichkeiten waren "öffentliche Verkehrsmittel" (A), "mit dem Auto/von den Eltern gebracht" (B) sowie "mit dem Rad/zu Fuß" (C). Folgendes Kreisdiagramm (Abb. 10.1_1) zeigt die Ergebnisse:

{{Beschreibung des Kreisdiagramms:
Anzahl der Sektoren: 3
A (50 %): 180°
B: 60°
C (33,3^. %): 120°}}

Aufgabenstellung:
Vervollständigen Sie das folgende Säulendiagramm (Abb. 10.1_2) anhand der Werte aus dem obenstehenden Kreisdiagramm mit einem für Sie geeigneten Tool oder ergänzen Sie die Beschreibung des Säulendiagramms!

{{Beschreibung des Säulendiagramms und Möglichkeit zum Einsetzen:
Es werden drei gleich breite Säulen eingezeichnet.
waagrechte Achse: A, B, C
senkrechte Achse: [0; +250], Skalierung: 50;

Die Höhen der Säulen betragen:
A: **[]**
B: **[]**
C: **[]**}}

-----

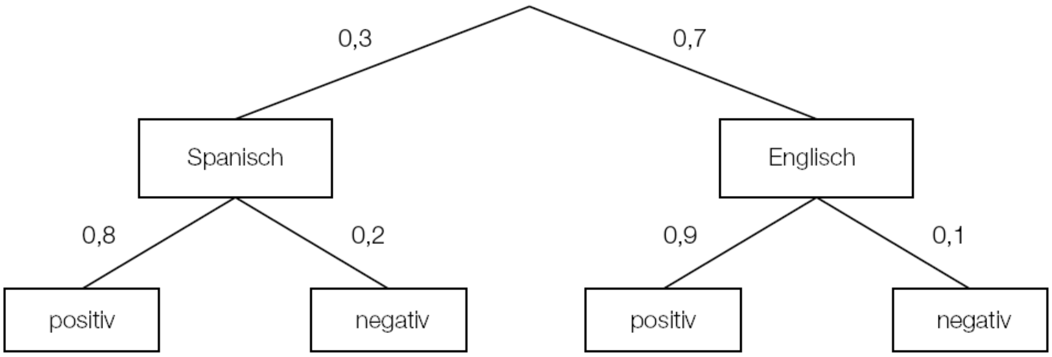
12 Baumdiagramm

12.1 Beispiel - Stipendien

Aufgabenformat: offen

Um ein Stipendium für einen Auslandsaufenthalt zu erhalten, mussten Studierende entweder in Spanisch oder in Englisch eine Prüfung ablegen.

Im nachstehenden Baumdiagramm sind die Anteile der Studierenden, die sich dieser Prüfung in der jeweiligen Sprache unterzogen haben, angeführt. Zudem gibt das Baumdiagramm Auskunft über die Anteile der positiven bzw. negativen Prüfungsergebnisse.



Aufgabenstellung:

Der Prüfungsakt einer/eines angetretenen Studierenden wird zufällig ausgewählt.

Deuten Sie den Ausdruck $0,7 \cdot 0,9 + (1 - 0,7) \cdot 0,8$ im gegebenen Kontext!

12.1.1 Aufbereitung für Kandidatinnen und Kandidaten mit Blindheit oder Sehbehinderung

Um ein Stipendium für einen Auslandsaufenthalt zu erhalten, mussten Studierende entweder in Spanisch oder in Englisch eine Prüfung ablegen.

Im nachstehenden Baumdiagramm sind die Anteile der Studierenden, die sich dieser Prüfung in der jeweiligen Sprache unterzogen haben, angeführt. Zudem gibt das Baumdiagramm Auskunft über die Anteile der positiven bzw. negativen Prüfungsergebnisse.

{{Beschreibung des Baumdiagramms:

Es ist ein zweistufiger Zufallsversuch veranschaulicht und es sind 4 Pfade dargestellt.

Legende:

Sp ... Spanisch

E ... Englisch

p ... positiv

n ... negativ

---

1. Pfad: Sp (0,3) – p (0,8)
2. Pfad: Sp (0,3) – n (0,2)
3. Pfad: E (0,7) – p (0,9)
4. Pfad: E (0,7) – n (0,1)}}

Aufgabenstellung:

Der Prüfungsakt einer/eines angetretenen Studierenden wird zufällig ausgewählt.

Deuten Sie den Ausdruck 0,7 *0,9 +(1 –0,7) *0,8 im gegebenen Kontext!

[]

-----

13 Histogramm

13.1 Histogramm in Arbeit

{{Beschreibung der Abbildung:

Es werden ... Rechtecke gezeichnet.

waagrechte Achse: Zeit in Jahren, [...; ...]; Skalierung: ...;

senkrechte Achse: ..., [...; ...]; Skalierung: ...;

Die Höhen der Rechtecke betragen

1916-1919: ...

...}}

E Formelsammlung AHS

Mathematik (AHS)

Für die standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung

(ab dem Schuljahr 2017/18)

Stand: 1. September 2017

1 Mengen

'el ... ist Element von ...

\'el ... ist nicht Element von ...

'DM ... Durchschnitt(smenge)

'VM ... Vereinigung(smenge)

'eTM ... echte Teilmenge

'TM ... Teilmenge

\ ... Differenzmenge ("ohne")

{} ... leere Menge

1.1 Zahlenmengen

'N ={0, 1, 2, ...} ... natürliche Zahlen

'Z ... ganze Zahlen

'Q ... rationale Zahlen

'R ... reelle Zahlen

'C ... komplexe Zahlen

'R^+ ... positive reelle Zahlen

'R^+_0 ... positive reelle Zahlen mit Null

-----

2 Vorsilben

Tera- T 10^12

Giga- G 10^9

Mega- M 10^6

Kilo- k 10^3

Hekto- h 10^2

Deka- da 10^1

Dezi- d 10^(-1)

Zenti- c 10^(-2)

Milli- m 10^(-3)

Mikro- 'my 10^(-6)

Nano- n 10^(-9)

Pico- p 10^(-12)

-----

3 Potenzen

3.1Potenzen mit ganzzahligen Exponenten

||a 'el 'R; n 'el 'N \ {0}||

---

a^n =a *a *... *a mit n Faktoren

a^1 =a

||a 'el 'R \ {0}; n 'el 'N \ {0}||

---

a^0 =1

a^(-1) =1/a

a^(-n) =1/a^n =(1/a)^n

3.2Potenzen mit rationalen Exponenten (Wurzeln)

||a, b 'el 'R^+_0; n, k 'el 'N \ {0} mit n >=2||

---

a ='w[n](b) <--> a^n =b

a^(1/n) ='w[n](a)

a^(k/n) ='w[n](a^k)

a^(-k/n) =1/('w[n](a^k)) mit a >0

3.3Rechenregeln

||a, b 'el 'R \ {0}; r, s 'el 'Z

bzw. a, b 'el 'R^+; r, s 'el 'Q||

---

a^r *a^s =a^(r +s)

a^r/a^s =a^(r -s)

(a^r)^s =a^(r *s)

(a *b)^r =a^r *b^r

(a/b)^r =a^r/b^r

||a, b 'el 'R^+_0; m, n, k 'el 'N \ {0} mit m, n >=2||

'w[n](a *b) ='w[n](a) *'w[n](b)

'w[n](a^k) =('w[n](a))^k

'w[n](a/b) ='w[n](a)/'w[n](b) mit b \=0

'w[n]('w[m](a)) ='w[n *m](a)

3.4Binomische Formeln

||a, b 'el 'R; n 'el 'N||

(a +b)^2 =a^2 +2 *a *b +b^2

(a -b)^2 =a^2 -2 *a *b +b^2

(a +b) *(a -b) =a^2 -b^2

(a +b)^n ='Si[k =0; n]('(n\k) *a^(n -k) *b^k

(a -b)^n ='Si[k =0; n]((-1)^k *'(n\k) *a^(n -k) *b^k)

-----

4 Logarithmen

||a, b, c 'el 'R^+ mit a \=1; x, r 'el 'R||

---

x ='log_a(b) <--> a^x =b

'log_a(b *c) ='log_a(b) +'log_a(c)

'log_a(b/c) ='log_a(b) -'log_a(c)

'log_a(b^r) =r *'log_a(b)

'log_a(a^x) =x

'log_a(a) =1

'log_a(1) =0

'log_a(1/a) =-1

natürlicher Logarithmus (Logarithmus zur Basis 'e):

'ln(b) ='log_'e(b)

dekadischer Logarithmus (Logarithmus zur Basis 10):

'lg(b) ='log_10(b)

-----

5 Quadratische Gleichungen

||p, q 'el 'R||

---

x^2 +p *x +q =0

x_(1, 2) =-p/2 +-'w((p/2)^2 -q)

||a, b, c 'el 'R mit a \=0||

---

a *x^2 +b *x +c =0

x_(1, 2) =(-b +-'w(b^2 -4 *a *c))/(2 *a)

5.1 Satz von Vieta

x_1 und x_2 sind genau dann die Lösungen der Gleichung

x^2 +p *x +q =0, wenn gilt:

x_1 +x_2 =-p

x_1 *x_2 =q

Zerlegung in Linearfaktoren:

x^2 +p *x +q =(x -x_1) *(x -x_2)

-----

6 Ebene Figuren

||A ... Flächeninhalt

u ... Umfang||

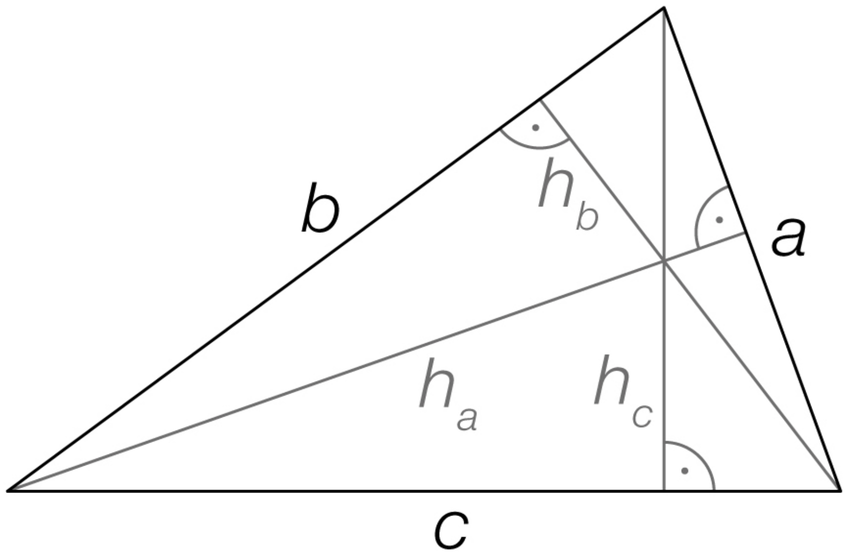
6.1 Dreieck

u =a +b +c

Allgemeines Dreieck

A =a *h_a/2 =b *h_b/2 =c *h_c/2

Schwellkopie: Abb. 1



{{Beschreibung der Grafik:

Die drei Seiten sind mit a, b und c bezeichnet. Die Höhen h_a, h_b und h_c bezeichnen jeweils den Normalabstand vom Eckpunkt zur gegenüberliegenden Seite.}}

Heron'sche Flächenformel

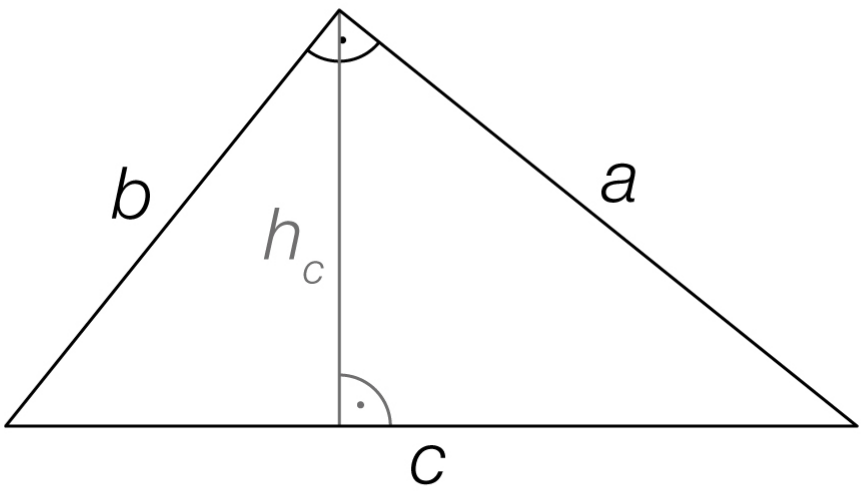
A ='w(s *(s -a) *(s -b) *(s -c)) mit s =(a +b +c)/2

Rechtwinkeliges Dreieck

mit Hypotenuse c und Katheten a, b

A =a *b/2 =c *h_c/2

Schwellkopie: Abb. 2



{{Beschreibung der Grafik:
Die Seiten a und b schließen einen rechten Winkel ein. Die Höhe h_c bezeichnet den Normalabstand von dem der Hypotenuse c gegenüberliegenden Eckpunkt zur Hypotenuse c.}}

Satz des Pythagoras

a^2 +b^2 =c^2

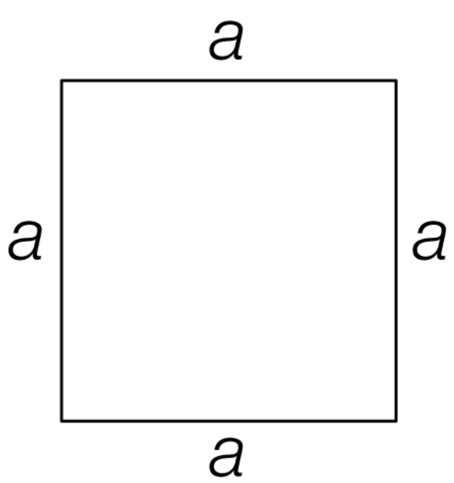
6.2Viereck

Quadrat

A =a^2

u =4 *a

Schwellkopie: Abb. 3



{{Beschreibung der Grafik:

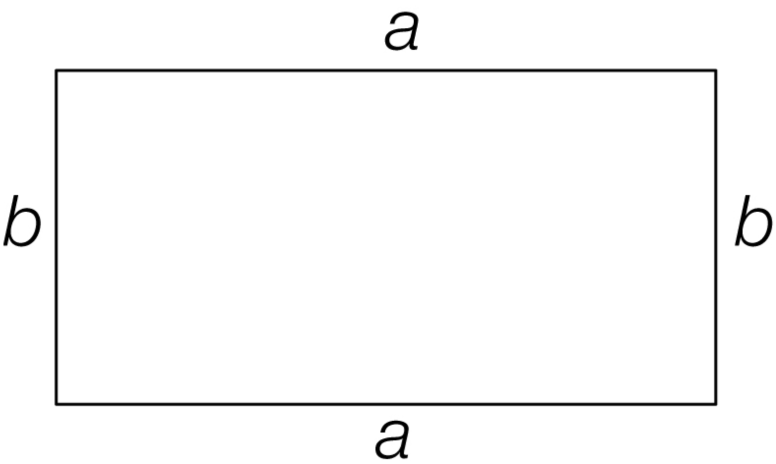
Das Viereck hat vier gleich lange Seiten a. Die Innenwinkel sind rechte Winkel.}}

Rechteck

A =a *b

u =2 *a +2 *b

Schwellkopie: Abb. 4



{{Beschreibung der Grafik:

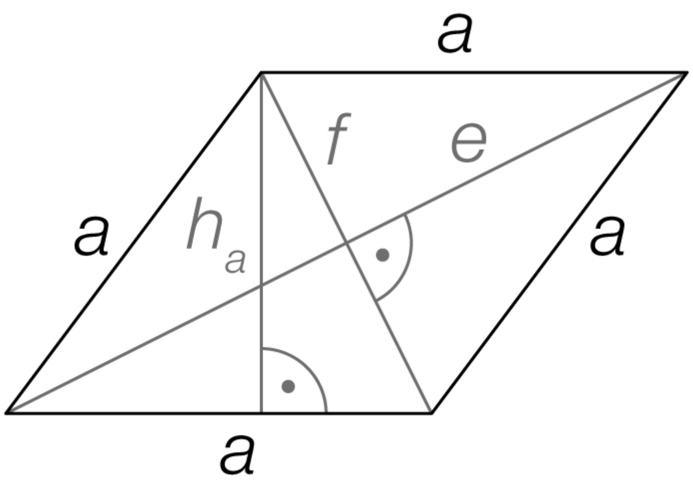
Das Viereck hat die Seiten a und b. Gegenüberliegende Seiten sind gleich lang und parallel. Die Innenwinkel sind rechte Winkel.}}

Raute (Rhombus)

A =a *h_a =e *f/2

u =4 *a

Schwellkopie: Abb. 5



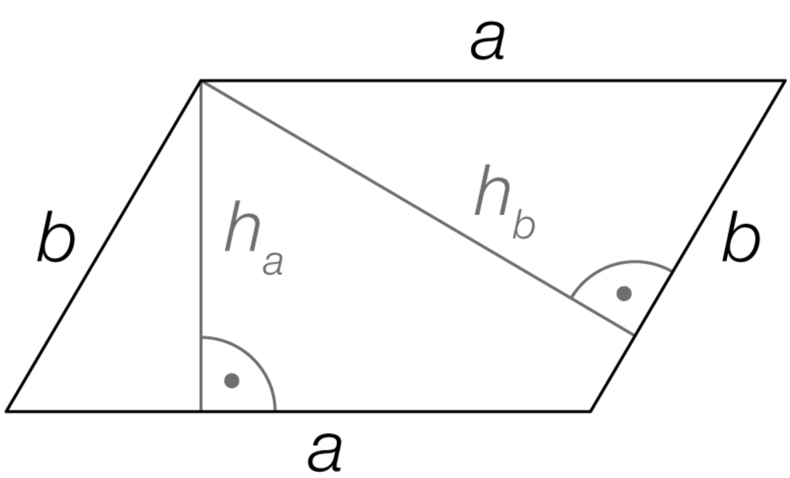
{{Beschreibung der Grafik:
Das Viereck hat vier gleich lange Seiten a. Gegenüberliegende Seiten sind parallel. Gegenüberliegende Winkel sind gleich groß. Die Diagonalen e und f halbieren einander und stehen im rechten Winkel aufeinander. Die Höhe h_a ist der Normalabstand von einer Seite zur gegenüberliegenden Seite.}}

Parallelogramm

A =a *h_a =b *h_b

u =2 *a +2 *b

Schwellkopie: Abb. 6



{{Beschreibung der Grafik:
Das Viereck hat die Seiten a und b. Gegenüberliegende Seiten sind gleich lang und parallel. Gegenüberliegende Winkel sind

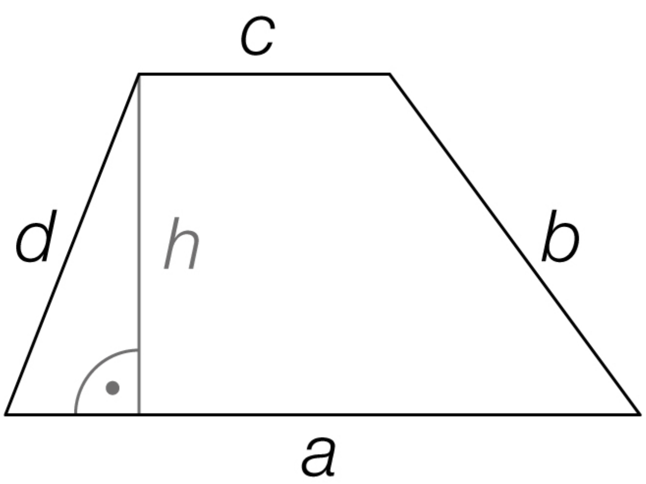
gleich groß. Die Höhen h_a und h_b bezeichnen jeweils den Normalabstand von einer Seite zur gegenüberliegenden Seite.}}

Trapez

A =(a +c) *h/2

u =a +b +c +d

Schwellkopie: Abb. 7



{{Beschreibung der Grafik:

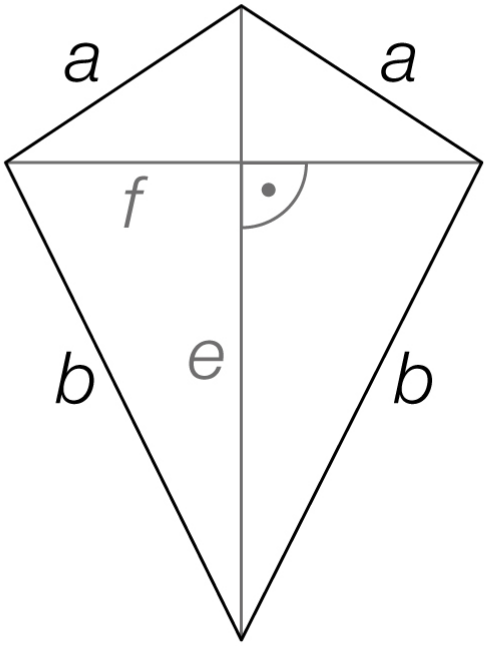
Das Viereck hat die Seiten a, b, c und d, wobei die Seiten a und c parallel sind. Die Höhe h bezeichnet den Normalabstand der beiden parallelen Seiten.}}

Deltoid

A =e *f/2

u =2 *a +2 *b

Schwellkopie: Abb. 8



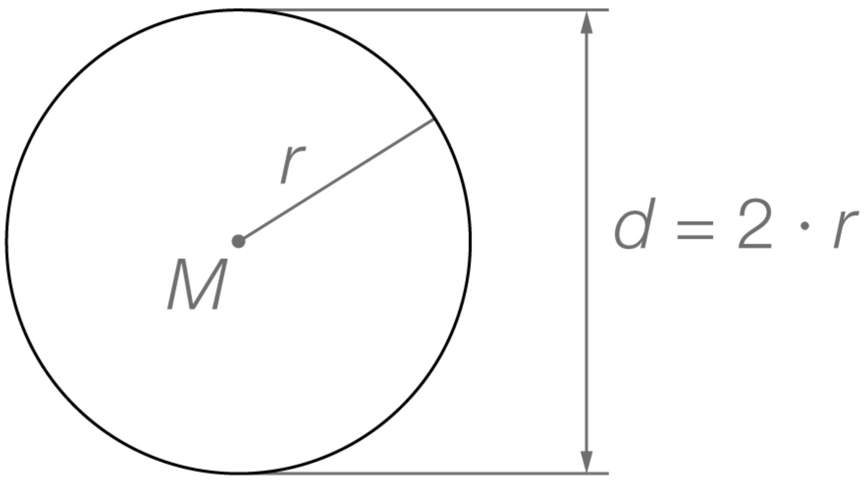
{{Beschreibung der Grafik:
Das Viereck hat zwei gleich lange benachbarte Seiten a und zwei gleich lange benachbarte Seiten b. Die beiden Diagonalen e und f stehen normal aufeinander, wobei die Diagonale e die Symmetrieachse des Vierecks bildet und die Diagonale f halbiert.}}

6.3 Kreis

A ='pi *r^2 ='pi *d^2/4

u =2 *'pi *r ='pi *d

Schwellkopie: Abb. 9



{{Beschreibung der Grafik:

Der Radius r bezeichnet den Abstand der Punkte auf der Kreislinie vom Mittelpunkt M. Der Durchmesser d ist doppelt so lange wie der Radius (d =2 *r).}}

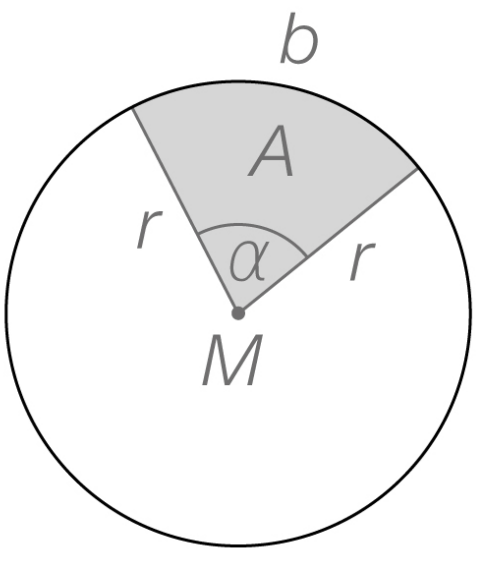
Kreisbogen und Kreissektor

'al im Gradmaß(°)

b ='pi *r *'al/180°

A ='pi *r^2 *'al/360° =b *r/2

Schwellkopie: Abb. 10



{{Beschreibung der Grafik:

Der Kreissektor (Kreisausschnitt) wird vom Kreisbogen b und von zwei Radien r, die den Zentriwinkel 'al einschließen, begrenzt.}}

-----

7 Körper

||V ... Volumen

M ... Inhalt der Mantelfläche

O ... Inhalt der Oberfläche

u_G ... Umfang der Grundfläche

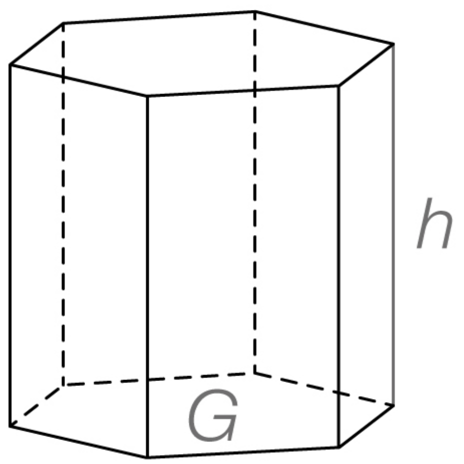
G ... Inhalt der Grundfläche||

7.1 Prisma

V =G *h

M =u_G *h

O =2 *G +M



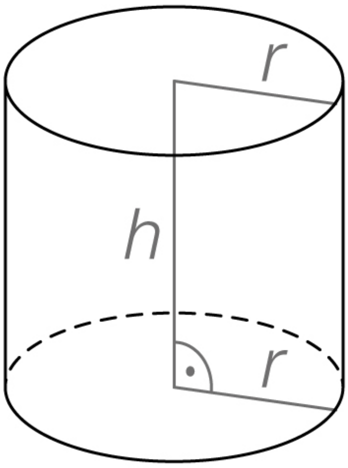
{{Beschreibung der Grafik:
Die Grundfläche G und die Deckfläche sind kongruent und zueinander parallel. Der Normalabstand zwischen der Ebene der Grundfläche und der Ebene der Deckfläche ist die Höhe h.}}

7.2 Drehzylinder

V =G *h

M =u_G *h

O =2 *G +M



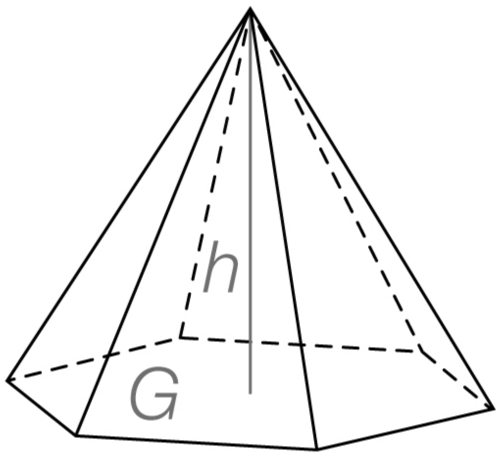
{{Beschreibung der Grafik:

Die Grundfläche G ist ein Kreis mit dem Radius r. Die Grundfläche und die Deckfläche sind zueinander parallel und kongruent. Der Normalabstand zwischen der Ebene der Grundfläche und der Ebene der Deckfläche ist die Höhe h.}}

7.3 Pyramide

V =G *h/3

O =G +M



{{Beschreibung der Grafik:

Die Pyramide ist ein Körper mit der Grundfläche G und einer Spitze. Die Mantelfläche setzt sich aus Dreiecken zusammen.

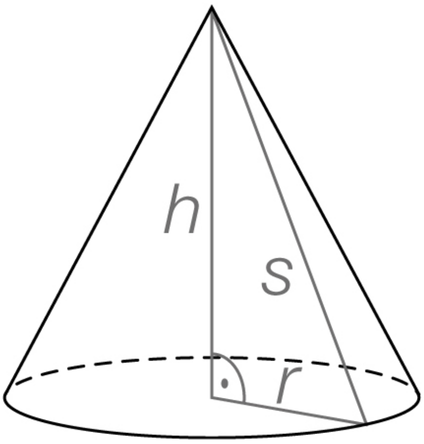
Der Normalabstand der Spitze von der Ebene der Grundfläche ist die Höhe h.}}

7.4 Drehkegel

V =G *h/3

M ='pi *r *s

O =G +M



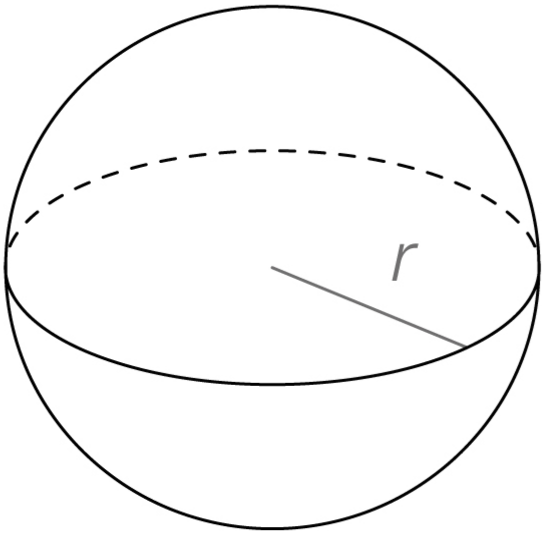
{{Beschreibung der Grafik:

Der Drehkegel ist ein Körper mit einer Grundfläche G und einer Spitze. Die Grundfläche ist ein Kreis mit dem Radius r. Die Höhe h ist der Abstand der Spitze vom Mittelpunkt der Grundfläche. Die Strecke s ist der Abstand von der Spitze zu einem beliebigen Punkt der Kreislinie. Die Höhe h, der Radius r und die Strecke s bilden ein rechtwinkeliges Dreieck mit der Hypotenuse s.}}

7.5 Kugel

V =4/3 *'pi *r^3

O =4 *'pi *r^2



{{Beschreibung der Grafik:
Jeder Punkt auf der Kugeloberfläche hat vom Mittelpunkt der Kugel den Abstand r.}}

-----

8 Trigonometrie

8.1 Umrechnung zwischen Gradmaß (°) und Bogenmaß (rad)

'al_(°) ='al_(rad) *180°/'pi

'al_(rad) ='al_(°) *'pi/180°

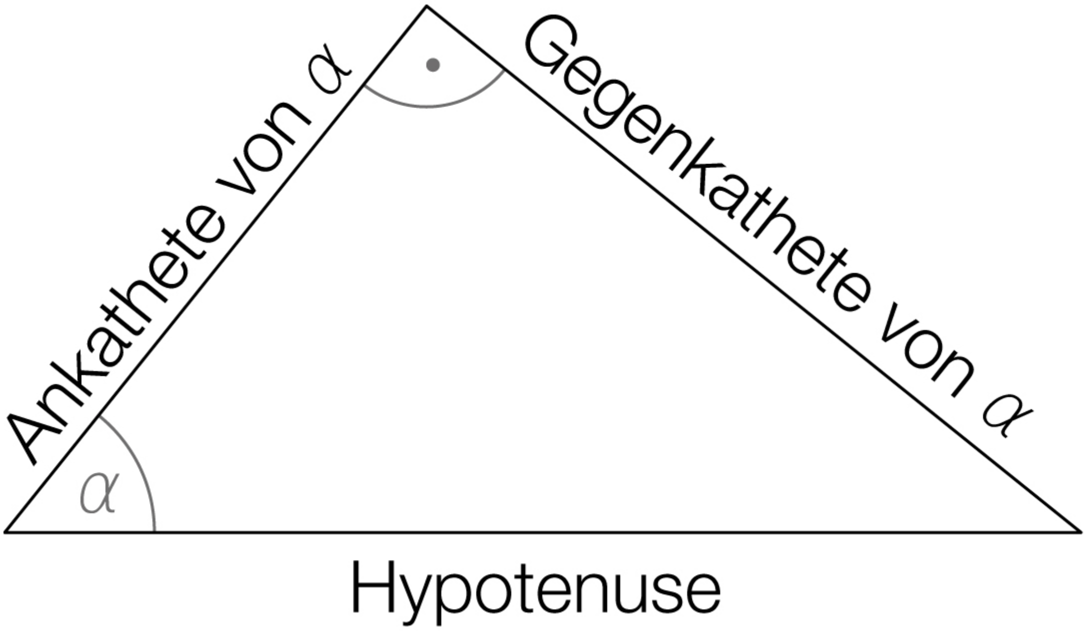
8.2 Trigonometrie im rechtwinkeligen Dreieck

Sinus: 'sin('al) =(Gegenkathete von 'al)/(Hypotenuse)

Cosinus: 'cos('al) =(Ankathete von 'al)/(Hypotenuse)

Tangens: 'tan('al) =(Gegenkathete von 'al)/(Ankathete von 'al)

Schwellkopie: Abb. 11



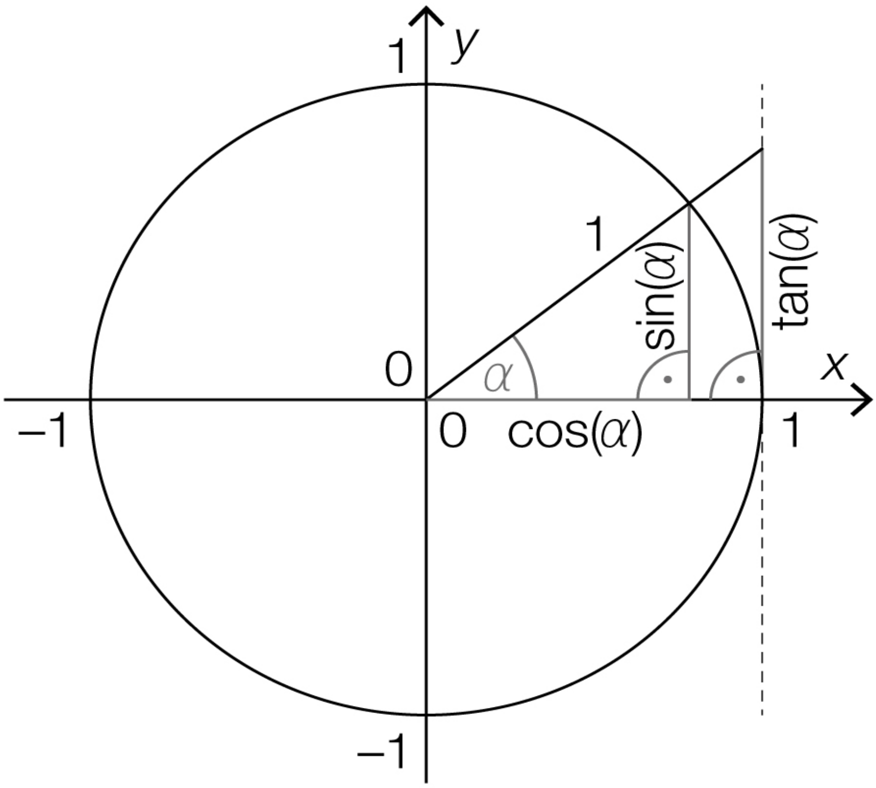
{{Beschreibung der Grafik:
Die Hypotenuse und die Ankathete von 'al schließen den Winkel 'al ein. Die Ankathete von 'al und die Gegenkathete von 'al stehen aufeinander normal.}}

8.3 Trigonometrie im Einheitskreis

'sin^2('al) +'cos^2('al) =1

'tan('al) ='sin('al)/'cos('al) für 'cos('al) \=0

Schwellkopie: Abb. 12



{{Beschreibung der Grafik:
Der Kreis mit dem Radius 1 hat den Mittelpunkt im Ursprung.
Ein Strahl beginnt im Ursprung, verläuft im 1. Quadranten,
schließt mit der x-Achse den Winkel 'al ein und schneidet die
Kreislinie im Punkt ('cos('al)| 'sin('al)).
Die Kreistangente bei x =1 schneidet diesen Strahl im Punkt
(1|'tan('al).}}

-----

9 Vektoren

||P, Q ... Punkte||

9.1 Vektoren in 'R^2

Pfeil von P nach Q:

P =(p_1|p_2), Q =(q_1|q_2)

'vPQ =(q_1 -p_1|q_2 -p_2)

9.2 Rechenregeln in 'R^2

'va =(a_1|a_2)

'vb =(b_1|b_2)

'va +-'vb =(a_1 +-b_1|a_2 +-b_2)

k *'va =k *(a_1|a_2) =(k *a_1|k *a_2) mit k 'el 'R

9.3 Skalares Produkt in 'R^2

'va *'vb =a_1 *b_1 +a_2 *b_2

9.4 Betrag (Länge) eines Vektors in 'R^2

|'va| ='w((_1^2 +a_2^2)

9.5 Normalvektoren zu 'va =(a_1|a_2)in 'R^2

'vn =k *(-a_2|a_1) mit k 'el 'R \ {0} und |'va| \=0

9.6 Vektoren in 'R^n

Pfeil von P nach Q:

P =(p_1|p_2|...|p_n)

Q =(q_1|q_2|...|q_n)

'vPQ =(q_1 -p_1|q_2 -p_2|...|q_n -p_n)

9.7 Rechenregeln in 'R^n

'va =(a_1|a_2|...|a_n)

'vb =(b_1|b_2|...|b_n)

'va +-'vb =(a_1 +-b_1|a_2 +-b_2|...|a_n +-b_n)

k *'va =k *(a_1|a_2|...|a_n) =(k *a_1|k *a_2|...|k *a_n) mit k 'el 'R

9.8 Skalares Produkt in 'R^n

'va *'vb =a_1 *b_1 +a_2 *b_2 +... +a_n *b_n

9.9 Betrag (Länge) eines Vektors in 'R^n

|'va| ='w(a_1^2 +a_2^2 +... +a_n^2)

9.10 Winkel 'ph zwischen 'va und 'vb in 'R^2 und 'R^3

'cos('ph) =('va *'vb)/(|'va| *|'vb|) mit |'va| \=0; |'vb| \=0

9.11 Parallelitätskriterium in 'R^2 und 'R^3

'va || 'vb <--> 'va =k *'vb mit k 'el 'R \ {0} und |'va| \=0; |'vb| \=0

9.12 Orthogonalitätskriterium in 'R^2 und 'R^3

'va *'vb =0 <--> |'va| 'rw |'vb| mit 'va \=0; 'vb \=0

-----

10 Geraden

||g ... Gerade

'vg ... ein Richtungsvektor der Geraden g

'vn ... ein Normalvektor der Geraden g

X, P ... Punkte auf der Geraden g

k ... Steigung der Geraden g

'al ... Steigungswinkel der Geraden g

a, b, c, k, d 'el 'R||

10.1 Parameterdarstellung einer Geraden g in 'R^2 und 'R^3

g: X =P +t *'vg mit t 'el 'R

10.2 Gleichung einer Geraden g in 'R^2

explizite Form der Geradengleichung:

g: y =k *x +d

dabei gilt k ='tan('al)

---

allgemeine Geradengleichung:

g: a *x +b *y =c

dabei gilt 'vn || (a|b) für (a|b) \=(0|0)

Normalvektordarstellung:

g: 'vn *X ='vn *P

dabei gilt 'vn || (a|b) für (a|b) \=(0|0)

-----

11 Änderungsmaße

Für eine auf einem Intervall [a; b] definierte reelle Funktion f gilt:

11.1 Absolute Änderung von f in [a; b]

f(b) -f(a)

11.2 Relative (prozentuelle) Änderung von f in [a; b]

(f(b) -f(a))/f(a) mit f(a) \=0

11.3 Differenzenquotient (mittlere Änderungsrate) von f in [a; b] bzw. [x; x +'De x]

(f(b) -f(a))/(b -a) mit b \=a

bzw.

(f(x +'De x) -f(x))/'De x mit 'De x \=0

11.4 Differenzialquotient (lokale bzw. "momentane" Änderungsrate) von f an der Stelle x

f'(x) ='lim[x_1 -> x]((f(x_1) -f(x))/(x_1 -x))

bzw.

f'(x) ='lim['De x -> 0]((f(x +'De x) -f(x))/'De x)

-----

12 Ableitung und Integral

||f, g, h ... auf ganz 'R oder in einem Intervall definierte differenzierbare Funktionen

f' ... Ableitungsfunktion von f

g' ... Ableitungsfunktion von g

h' ... Ableitungsfunktion von h

F ... Stammfunktion von f

G ... Stammfunktion von g

H ... Stammfunktion von h

C, k, q 'el 'R; a 'el 'R^+ \ {1}||

12.1 Unbestimmtes Integral

'int(f(x) 'dx) =F(x) +C mit F' =f

12.2 Bestimmtes Integral

'int[a; b](f(x) 'dx) =F(x)|[a; b] =F(b) -F(a)

||**Bezeichnungen:**

Funktionen f, g, h

Ableitungsfunktionen f', g', h'

Stammfunktionen F, G, H||

---

f(x) =k

f'(x) =0

F(x) =k *x

---

f(x) =x^q

f'(x) =q *x^(q -1)

F(x) =x^(q +1)/(q +1) für q \=-1 bzw.

F(x) ='ln(|x|) für q =-1

---

f(x) ='e^ x

f'(x) ='e^x

F(x) ='e^ x

---

f(x) =a^x

f'(x) ='ln(a) *a^x

F(x) =a^x/'ln(a)

---

f(x) ='sin(x)

f'(x) ='cos(x)

F(x) =-'cos(x)

---

f(x) ='cos(x)

f'(x) =-'sin(x)

F(x) ='sin(x)

---

g(x) =k *f(x)

g'(x) =k *f'(x)

G(x) =k *F(x)

---

h(x) =f(x) +-g(x)

h'(x) =f'(x) +-g'(x)

H(x) =F(x) +-G(x)

---

g(x) =f(k *x)

g'(x) =k *f'(k *x)

G(x) =1/k *F(k *x)

-----

13 Statistik

||x_1, x_2, ..., x_n ... eine Liste von n reellen Zahlen

x_(1) <=x_(2) <=... <=x_(n) ... geordnete Liste mit n Werten||

13.1 Arithmetisches Mittel

x^- =(x_1 +x_2 +... +x_n)/n =1/n *'Si[i =1; n](x_i)

13.2 Median

x^~ =x_((n +1)/2) ... für n ungerade

x^~ =1/2 *(x_(n/2) +x_(n/2 +1)) ... für n gerade

13.3 Streuungsmaße

||s^2 ... (empirische) Varianz einer Datenliste

s ... (empirische) Standardabweichung einer Datenliste||

---

s^2 =1/n *'Si[i =1; n]((x_i -x^-)^2)

s ='w(1/n *'Si[i =1; n]((x_i -x^-)^2))

Wenn aus einer Stichprobe vom Umfang n die Varianz einer Grundgesamtheit geschätzt werden soll:

s_(n-1)^2 =1/(n -1) *'Si[i =1; n]((x_i -x^-)^2)

s_(n-1) ='w(1/(n -1) *'Si[i =1; n]((x_i -x^-)^2))

-----

14 Wahrscheinlichkeit

||n 'el 'N \ {0}; k 'el 'N mit k <=n

A, B ... Ereignisse

\A ... Gegenereignis von A

A 'u B bzw. A 'DM B ... A und B (sowohl das Ereignis A als auch das Ereignis B treten ein)

A 'o B bzw. A 'VM B... A oder B (mindestens eines der beiden Ereignisse A und B tritt ein)

P(A) ... Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses A

P(A|B) ... Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses A unter der Voraussetzung, dass B eingetreten ist (bedingte Wahrscheinlichkeit)||

Fakultät (Faktorielle)

n! =n *(n -1) *... *1

0! =1

1! =1

Binomialkoeffizient

'(n\k) =n!/(k! *(n -k)!)

14.1 Wahrscheinlichkeit bei einem Laplace-Versuch

P(A) =(Anzahl der für A günstigen Ausgänge)/(Anzahl der möglichen Ausgänge)

14.2 Elementare Regeln

P(\A) =1 -P(A)

P(A 'u B) =P(A) *P(B|A) =P(B) *P(A|B)

P(A 'u B) =P(A) *P(B) ... wenn A und B (stochastisch) unabhängig voneinander sind

P(A 'o B) =P(A) +P(B) -P(A 'u B)

P(A 'o B) =P(A) +P(B) ... wenn A und B unvereinbar sind

14.3 Erwartungswert 'my einer diskreten Zufallsvariablen X mit den Werten x_1, x_2, ..., x_n

'my =E(X) =x_1 *P(X =x_1) +x_2 *P(X =x_2) +... +x_n *P(X =x_n) ='Si[i =1; n](x_i *P(X =x_i))

14.4 Varianz 'si^2 einer diskreten Zufallsvariablen X mit den Werten x_1, x_2, ..., x_n

'si^2 =V(X) ='Si[i =1; n]((x_i -'my)^2 *P(X =x_i))

14.5 Standardabweichung 'si

'si ='w(V(X))

14.6 Binomialverteilung

||n 'el 'N \ {0}; k 'el 'N; p 'el 'R mit k <=n und 0 <=p <=1||

Zufallsvariable X ist binomialverteilt mit den Parametern n und p

P(X =k) ='(n\k) *p^k *(1 -p)^(n -k)

E(X) ='my =n *p

V(X) ='si^2 =n *p *(1 -p)

14.7 Normalverteilung

||'my, 'si 'el 'R mit 'si >0

f ... Dichtefunktion

'ph ... Dichtefunktion der Standardnormalverteilung

'Ph ... Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung||

Normalverteilung N('my; 'si^2): Zufallsvariable X ist normalverteilt mit dem Erwartungswert 'my und der Standardabweichung 'si bzw. der Varianz 'si^2

P(X <=x_1) ='int[-'ue; x_1](f(x) 'dx) ='int[-'ue; x_1](1/('si *'w(2 *'pi)) *'e^(-1/2 *((x -'my)/'si)^2) 'dx)

Wahrscheinlichkeiten für 'si-Umgebungen

P('my -'si <=X <='my +'si) ~~0,683

P('my -2 *'si <=X <='my +2 *'si) ~~0,954

P('my -3 *'si <=X <='my +3 *'si) ~~0,997

Standardnormalverteilung N(0; 1)

z =(x -'my)/'si

'Ph(z) =P(Z <=z) ='int[-'ue; z]('ph(x) 'dx) = 1/('w(2 *'pi)) *'int[-'ue; z]('e^(-x^2/2) 'dx)

'Ph(-z) =1 -'Ph(z)

P(-z <=Z <=z) =2 *'Ph(z) -1

P(-z <=Z <=z) =90 %: z ~~1,645

P(-z <=Z <=z) =95 %: z ~~1,960

P(-z <=Z <=z) =99 %: z ~~2,576

14.8 Konfidenzintervall

||h ... relative Häufigkeit in einer Stichprobe
p ... unbekannter relativer Anteil in der Grundgesamtheit
'ga ... Konfidenzniveau (Vertrauensniveau)||

'ga-Konfidenzintervall für p (diejenigen Werte p, in deren 'ga-Schätzbereich der Wert h liegt):

[h -z *'w(h *(1 -h)/n); h +z *'w(h *(1 -h)/n)], wobei für z gilt: 'ga =2 *'Ph(z) -1

-----

15 Größen und ihre Einheiten

Größe: **Temperatur**

Einheit: Grad Celsius bzw. Kelvin

Symbol: °C bzw. K

Beziehung: 'De t ='De T

Größe: **Frequenz**

Einheit: Hertz

Symbol: Hz

Beziehung: 1 Hz =1 s^(-1)

Größe: **Energie, Arbeit, Wärmemenge**

Einheit: Joule

Symbol: J

Beziehung: 1 J =1 kg *m^2 *s^(-2)

Größe: **Kraft**

Einheit: Newton

Symbol: N

Beziehung: 1 N =1 kg *m *s^(-2)

Größe: **Drehmoment**

Einheit: Newtonmeter

Symbol: N *m

Beziehung: 1 N *m =1 kg *m^2 *s^(-2)

Größe: **elektrischer Widerstand**

Einheit: Ohm

Symbol: 'Om

Beziehung: 1 'Om =1 V *A^(-1) =1 kg *m^2 *A^(-2) *s^(-3)

Größe: **Druck**

Einheit: Pascal

Symbol: Pa

Beziehung: 1 Pa =1 N *m^(-2) =1 kg *m^(-1) *s^(-2)

Größe: **elektrische Stromstärke**

Einheit: Ampere

Symbol: A

Beziehung: 1 A =1 C *s^(-1)

Größe: **elektrische Spannung**

Einheit: Volt

Symbol: V

Beziehung: 1 V =1 *J *C^(-1) =1 kg *m^2 *A^(-1) *s^(-3)

Größe: **Leistung**

Einheit: Watt

Symbol: W

Beziehung: 1 W =1 J *s^(-1) =1 kg *m^2 *s^(-3)

-----

16 Physikalische Größen und Definitionen

Dichte

'rh =m/V

Leistung

P ='De E/'De t

P ='De W/'De t

P ='dW(t)/'dt

Kraft

F =m *a

Arbeit

W =F *s

W ='int(F(s) 'ds)

F ='dW/'ds

---

kinetische Energie

E_(kin) =1/2 *m *v^2

---

potenzielle Energie

E_(pot) =m *g *h

---

gleichförmige geradlinige Bewegung

v =s/t

v ='ds/'dt

v(t) =s'(t) ='ds/'dt

---

gleichmäßig beschleunigte geradlinige Bewegung

v =a *t +v_0

a ='dv/'dt

a(t) =v'(t) ='dv/'dt =s''(t) ='d^2(s)/'dt^2

-----

17 Finanzmathematische Grundlagen

17.1 Zinseszinsrechnung

||K_0 ... Anfangskapital

K_n ... Endkapital

p ... Jahreszinssatz in Prozent||

K_n =K_0 *(1 +i)^n mit i =p/100

17.2 Kosten-Preis-Theorie

||x ... produzierte, angebotene, nachgefragte bzw. verkaufte Menge (x >=0)||

---

variable Kosten ... K_v(x)

Fixkosten ... K_f

(Gesamt-)Kosten ... K(x) =K_v(x) +K_f

Grenzkosten ... K'(x)

Nachfragepreis ... p(x)

Erlös bzw. Ertrag ... E(x) =p(x) *x

Grenzerlös ... E'(x)

Gewinn ... G(x) =E(x) -K(x)

Grenzgewinn ... G'(x)

Break-even-Point bzw. Gewinnschwelle ... E(x) =K(x) ... bei (erster) Nullstelle x der Gewinnfunktion

F Strichstärken - Darstellung der Grafiken

1 Schrift bei Grafiken

Blinde: HBS-8-Braille Taktil 38 pt / 45,6 bzw "Automatisch"

Laufweite 2

Sehbehinderte: Helvetica LT Neue Pro Roman 36 pt / 43,2 bzw "Automatisch"

Laufweite 2

Punkt rechts oben zur Orientierung

Benennung

Blinde: Abb. 1

Sehbehinderte: Abb. 1

Original: Aufgabe 1

2 Darstellung der Grafiken

Höhe innerhalb einer Figur: 2 pt, Strich 2 pt / Lücke 2 pt

Höhe ausserhalb der Figur: 2 pt, Strich 30 pt / Lücke 12 pt, Pfleispitze 7

Bemaßungslinie: 1 pt, Strich 10 pt / Lücke 5 pt

rechter Winkel: 1 pt, Punkt 2,5 × 2,5 mm

Winkel: 1 pt

Diagonale: 1 pt

Graph / Figur: 4 pt

1. Graph: durchgezogen

2. Graph: Strich 12 pt / Lücke 12 pt

3. Graph: Strich 30 pt / Lücke 12 pt

Mittelpunkt-Punkt: 3,5 mm

Legende immer oberhalb der Grafik:

x ... Beschriftung der x-Achse

y ... Beschriftung der y-Achse

Koordinatensystem: 1 pt, Pfeilspitze 7

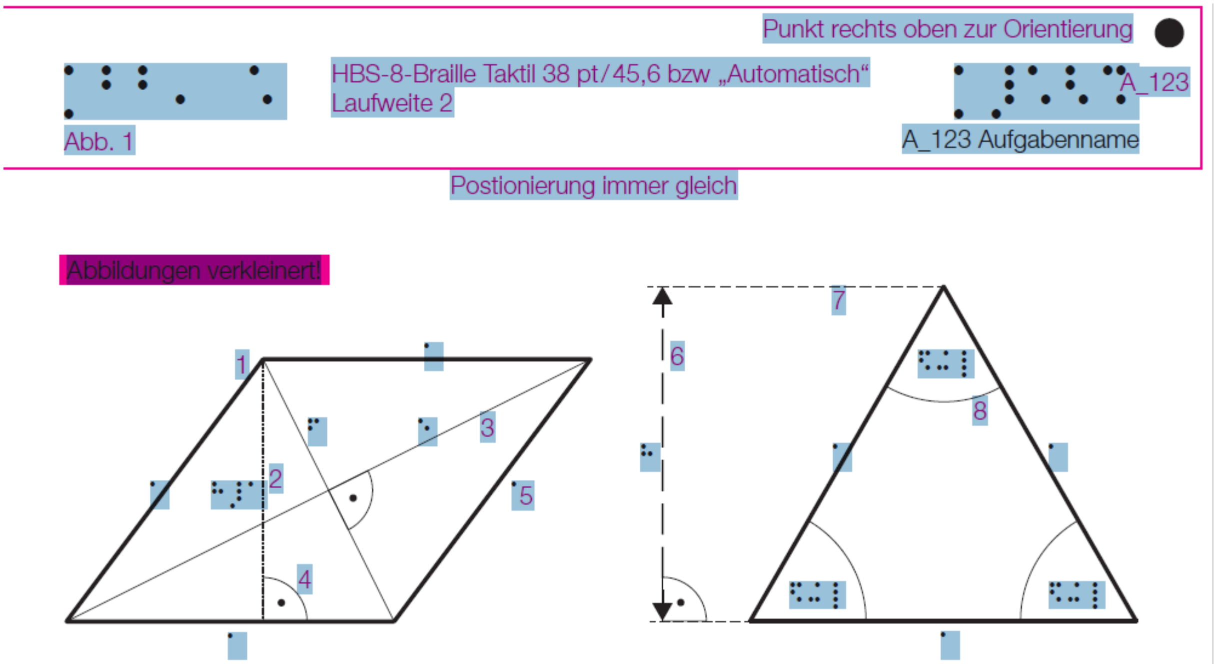
Gitternetzlinien: 1 pt, Strichlierung: 2 pt

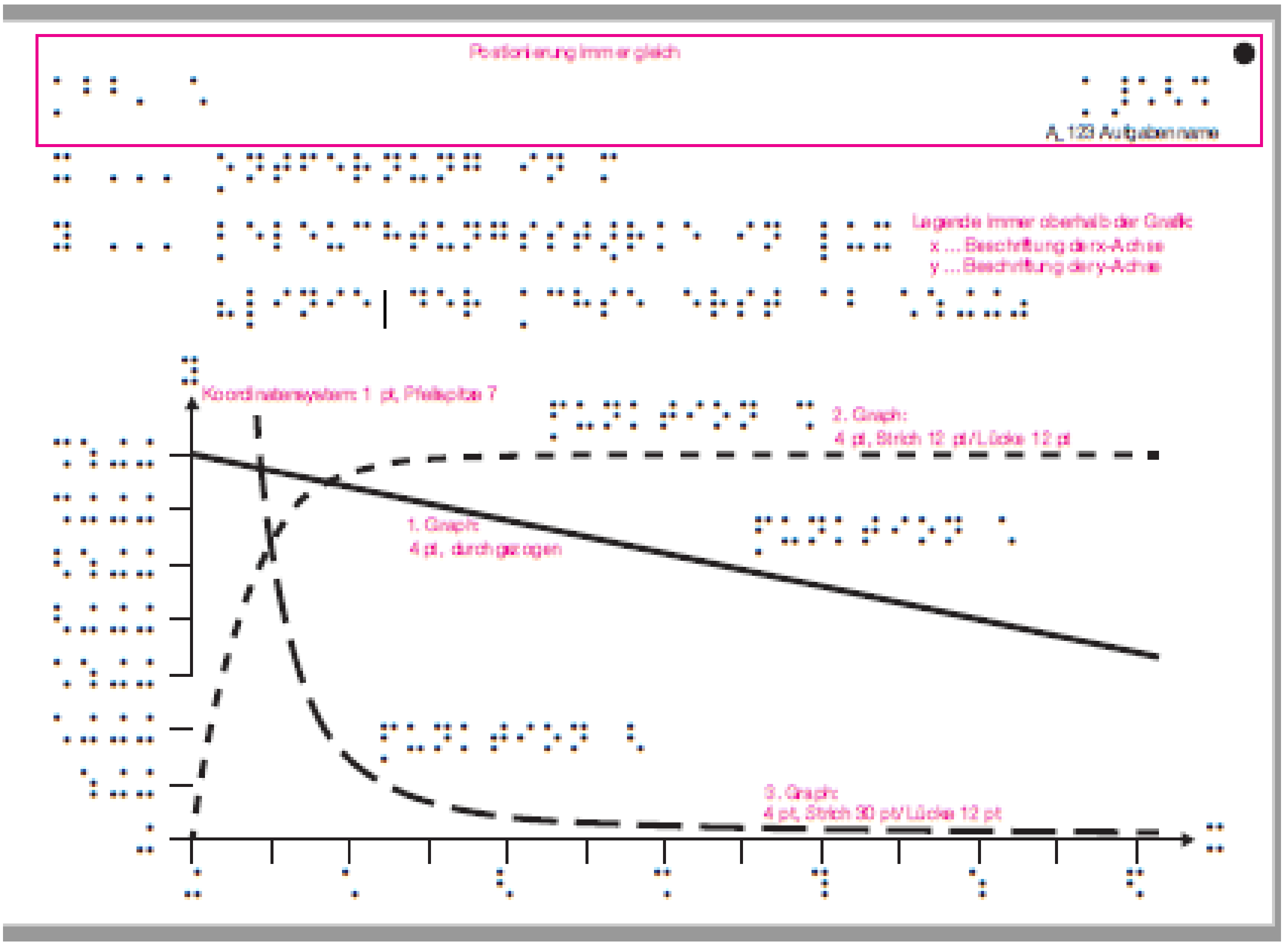
Skalierungsstriche: 5 mm lang bzw. 15 mm lang

Winkelbeschriftung: 'al für α, 'be für β, 'ph für φ usw.

Beispiele als Bilder:

1 Figur: 4 pt, durchgezogen
2 Höhe innerhalb einer Figur: 2 pt, Strichlierung 2 pt
3 Diagonale: 1 pt, durchgezogen
4 rechter Winkel: Winkelbogen 1 pt, durchgezogen, Punkt 2,5 mm
5 Beschriftung: HBS-8-Braille Taktil 38 pt, Laufweite 2
6 Höhe ausserhalb der Figur: 2 pt, Strich 30 pt/Lücke 12 pt, Pfleispitze 7
7 Bemaßungslinie: 1 pt, Strich 10 pt/Lücke 5 pt
8 Winkelbogen: 1 pt, durchgezogen
9 Mittelpunkt-Punkt: 3,5 mm


Punkt rechts oben zur Orientierung
HBS-8-Braille Taktil 38 pt/45,6 bzw „Automatisch“
Laufweite 2
A_123
Abb. 1
A_123 Aufgabenname
Postionierung immer gleich
Abbildungen verkleinert!
1
2
3
4
5
6
7
8


Positionierung immer gleich
A_123 Aufgabenname
Legende immer oberhalb der Grafik
x ... Beschriftung der x-Achse
y ... Beschriftung der y-Achse
Koordinatensystem: 1 pt, Pfeilspitze 7
2. Graph:
4 pt, Strich 12 pt/Lücke 12 pt
1. Graph:
4 pt, durchgezogen
3. Graph:
4 pt, Strich 30 pt/Lücke 12 pt

Verwendet von Angela und Alex

1. Graph - 4 pt und durchgezogen
2. Graph - 4 pt und Strichlierung 12/12
3. Graph - 4 pt und Strichlierung 30/12

Diagonale: 1 pt durchgezogen
Höhen: 2pt Punktiert, ein Punkt alle 6pt (dh 4pt Abstand zwischen den Punkten)
Koordinatensystem: 1 pt
Pfeilgröße: welche Größe
Beim rechten Winkel: Punkt 2.5mm Durchmesser
Winkelbogen: 1 pt durchgezogen
Stärke und Länge der Skalierungsstriche: 1 pt / 5mm Länge
Mittelpunkt eines Kreises, Punkt auf einem Kreis: 3.5mm Durchmasser
Füllung: Muster ?; Abstand zum Rand ?

Pfeilspitzen haben wir bis jetzt keine verwendet. Laut Vorgabedokument wäre es Pfeilspitze 7 in Illustrator. Da nichts weiter steht nehme ich an, in der Standardgröße.

Die Muster haben wir selbst definiert. Welches Programm verwendest du? Ich habe die verwendeten Schraffuren als Grafik angehängt, manche Programme können die Muster da raus kopieren.

Bei den Abständen haben wir es so gemacht, dass wir zwischen Grafik und Schraffur eine weiße Linie mit Dicke 14pt gelegt haben. So haben dünne Linien mehr Abstand, was die Tastbarkeit verbessern sollte.