

Gesetzmäßigkeiten erkennen

Eine Geschichte aus der Schulzeit des 10-jährigen Karl Friedrich Gauß kann dir bei der Lösung der Teile b) und c) der nachfolgenden Aufgabe helfen:

Der Lehrer stellte den Schülern eine Rechenaufgabe und erwartete, dass sie durch diese für eine längere Zeit beschäftigt sein würden.

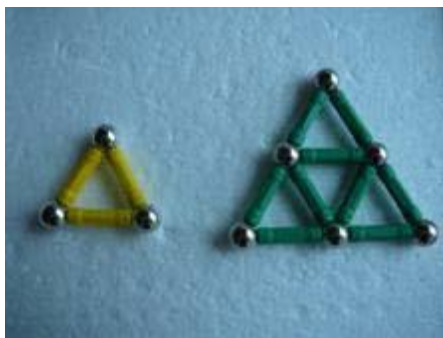
Die Aufgabe lautete:

Addiere alle natürlichen Zahlen von 1 bis 100.

Kaum war die Aufgabe gestellt, kam der kleine Gauß zum Katheder und legte seine Schiefertafel auf den Tisch. Darauf stand eine einzige Zahl: 5050. Es war das richtige Resultat. Alle anderen Kinder, die eine Stunde lang gerechnet hatten, brachten falsche Ergebnisse.

Wie konnte Gauß so schnell die Summe $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 98 + 99 + 100$ berechnen?

Gauß addierte nicht die einzelnen Zahlen sondern überlegte: „Wenn ich die Summe aus der ersten und der letzten Zahl bilde, erhalte ich 101 ($1 + 100 = 101$). Wenn ich die Summe aus der zweiten und der vorletzten Zahl bilde, erhalte ich wieder 101 ($2 + 99 = 101$). Wenn ich dieses Verfahren fortsetze, kann ich 50 solcher Paare bilden. Ich brauche daher nur "mal 50" rechnen und schon erhalte ich das Ergebnis 5050.“



a) Setze das begonnene Muster aus der Abbildung fort und vervollständige die folgende Tabelle.

Anzahl der Kugeln an einer Seite	2	3	4	5	6
Anzahl der Kugeln insgesamt	3				
Anzahl der kleinen Dreiecke	1				

b) Fülle die Tabelle aus!

Anzahl der Kugeln an einer Seite	10	30	100
Anzahl der Kugeln insgesamt			
Anzahl der kleinen Dreiecke			

c) Gib jeweils eine Formel mit Hilfe der Variablen n an, mit der du die gesuchte Anzahl berechnen kannst!

Anzahl der Kugeln an einer Seite	n
Anzahl der Kugeln insgesamt	
Anzahl der kleinen Dreiecke	

Möglicher Lösungsweg

a) Setze das von ihr begonnene Muster fort und vervollständige die folgende Tabelle.

Anzahl der Kugeln an einer Seite	2	3	4	5	6
Anzahl der Kugeln insgesamt	3	6	10	15	21
Anzahl der kleinen Dreiecke	1	4	9	16	25

b) Fülle die Tabelle aus!

Anzahl der Kugeln an einer Seite	10	30	100
Anzahl der Kugeln insgesamt	$10 + 9 + \dots + 2 + 1 =$ $11 \cdot 5 = 55$	$30 + 29 + \dots + 2 + 1 =$ $31 \cdot 15 = 465$	$100 + 99 + \dots + 2 + 1 =$ $101 \cdot 50 = 5\,050$
Anzahl der kleinen Dreiecke	$92 = 81$	$292 = 841$	$992 = 9801$

c) Gib jeweils eine Formel mit Hilfe der Variablen n an, mit der du die gesuchte Anzahl berechnen kannst !

Anzahl der Kugeln an einer Seite	n
Anzahl der Kugeln insgesamt	$1 + 2 + 3 + \dots + n = (1 + n) \cdot \frac{n}{2}$
Anzahl der kleinen Dreiecke	$(n - 1)^2$