

LMZ Tagung 2019 BBI Wien

Thema Termevaluator

Termevaluator	5
Grundsätzliches	7
Rechenmodus	8
Genauigkeit einer Dezimalzahl (DEZ)	8
Divisor negativ ()	8
Ausgabe in Bruchdarstellung (BR)	9
Wissenschaftliche Schreibweise (EE)	11
Wurzeln (root)	12
Absolutbetrag (abs)	12
Binärsystem	13
Konvertieren (BIN(); INVBIN())	13
Rechnen im Binärsystem: (&B)	13
Komplexe Zahlen	14
Rechnen mit komplexen Zahlen der Form $a + bi$ (KOM)	14
Rechnen mit komplexen Zahlen der Form $a + bi$, aber mit Ausgabe in Polarkoordinaten (POL)	14
Konvertieren von Polarkoordinaten in kart. Koordinaten (POLAR)	15
Konvertieren von kartesischen Koordinaten in Polarkoordinaten (KART)	15
Variable x in Termen mit komplexen Zahlen belegen (KOMPLEX)	16
Terme mit der Variablen x	17
Variable x mit einzelnen reellen Zahlen belegen	17
Wertetabellen anlegen (FUN a b step h f)	18
Gleichungen	19

Gleichungen in x; Berechnung der reellen Lösungen (GLG)	19
Schneiden von 2 Polynomfunktionen (GLG ... S)	20
Bruchgleichungen und algebraische Glg in x (ALG; [])	21
Quadratische Gleichungen in x (QUAD)	22
Lineare Gleichungssysteme in x und y (GL2) oder (GB2) oder (GXY)	23
(Nicht)lineare Gleichungen in x und y (GXY)	24
Lineare Gleichungen in x, y, z (GL3, GB3)	24
Lineare Gleichungen in w, x, y, z (GL4, GB4)	25
Lineare Gleichungssysteme lösen mit dem Eliminationsverfahren von Gauss- Jordan (2 bis 50 Unbekannte) (GAUSS n)	26
Kurvendiskussion	27
Reelle Nullstellen in einem Intervall (NULL)	27
Alle Nullstellen (NULLPOLY n)	28
Alle reellen Nullstellen (NULLPOLY....r)	29
Lokale Extremwerte (MAX)	30
Wendepunkte (WEN)	31
Steigung in einem Punkt (ABL)	31
Tangenten in einem Punkt (ABL T)	31
1. und 2. Ableitung einer Polynomfunktion (ALG S)	32
Wertetabelle (FUN)	32
Einzelne Funktionswerte bestimmen	33
Kurvendiskussion Exponentialfunktion $a \cdot e^x + b$	34
Euler'sche Zahl ($e^#$; $\exp(1)$)	34
Reelle Nullstelle (NULL)	34
Lokale Extremwerte (MAX)	34
Wendepunkte (WEN)	34
Steigung an der Stelle 1 (ABL $x= $)	34
Funktionswert an der Stelle 4	35

Verlauf der Funktion (F2; FUNa b step f)	35
Bestimmtes Integral (INT a b f)	36
Vektoren (R2,3)	37
Speichern von Vektoren (RS; RZ)	37
Multiplikation eines Vektors mit einer Zahl (einem Skalar) (SV)	37
Länge (Betrag) eines Vektoren (VB)	37
Linearkombination von Vektoren (RS; LIN)	38
Skalarprodukt (SP)	38
Vektorprodukt (VP)	39
Normalabstand eines Punktes von einem Funktionsgraphen (ABST)	39
Geraden in R^2 von Normalvektorform in Parameterform (GAUSS 2)	40
Ebenen von Normalvektorform in Parameterform umformen (GAUSS 3)	41
Schneiden von 3 Ebenen (GAUSS 3)	42
Extremwert (Minimax) - Haupt- und Nebenbedingung (EXNB)	44
Statistik	45
Mittelwert berechnen	45
Alle Werte sind unterschiedlich:	45
Mehrere Werte sind gleich:	45
Einzelne Werte werden durch arithmetische Terme angegeben.....	46
Fehlenden Wert bei bekanntem Mittelwert berechnen (DATEN MW)	46
Wahrscheinlichkeit	47
Fakultät (FACT)	47
Binomialkoeffizient (BINOM)	47
Binomialverteilung (DBINOM, CBINOM)	48
Wahrscheinlichkeit für "k" Erfolge (DBINOM)	48
Wahrscheinlichkeit für höchstens "k" Erfolge (CBINOM)	49

Normalverteilung	50
Quantil (QUANTIL(p))	50
Symmetrisches Intervall zum Mittelwert (QUANTILBS (p))	50
Grenzen bei gegebener Wahrscheinlichkeit (ICNORM (p m s))	51
Standardnormalverteilung (DNORM(x m s) und Dichte der Standardnormalverteilung (CNORM(x m s)).....	53
Winkelfunktionen	54
Konvertierung des Winkels (DEG, RAD).....	54
Graphiken erstellen	55
Einzelne Funktionen zeichnen ([F2]).....	55
Zwei Funktionen zeichnen ([F2]).....	56
Schnittpunkte zweier Funktionen zeichnen und berechnen [F2]	57
Punkte zeichnen (P x y....)	58
Streckenzug mit Punkten (G (l)(l)...)	59
Streckenzug ohne Punkte (O(l)(l)...)	60
Ausgleichsgerade (Axyxy...)	61
Durch Polynominterpolation erstellte Funktion (POLY P x y x y).....	62

Termevaluator

Version 4.3 (15.03.2019)

von Dr. Meinhard Sponheimer, StD a.D.; Carl-Strehl-Schule

Deutsche Blindenstudienanstalt Marburg

e-mail: sponheimer@blista.de

Programmierung einer für Blinde und Sehbehinderte geeigneten
Bedienungsoberfläche

Verwendete Software: clsMathParser 4; "Foxes Team" (L. Volpi, M. Ruder, T.
Zeuschler, L.Dossche, A. d. Grammont)

Frei downloadbar unter der Homepage von Dr. Liese

Installationsanleitung von Dr. Sponheimer

Installation der aktuellen Termevaluator-Version

(Voraussetzung: Ein Entpackungsprogramm (z.B. WINZip oder WINRAR) ist
installiert.)

1. Sie rufen den folgenden Link (durch Anklicken) auf:
<http://www.werner-liese.de/LiTeX/Termevaluator/InstallationTermevaluator.zip>
2. Sie öffnen mit dem angezeigten Entpackungsprogramm die Datei:
„InstallationTermevaluator.zip“
3. Sie öffnen den angezeigten Ordner „InstallationTermevaluator4.3“
4. Sie rufen „Install.exe“ auf.
5. Mit 2 mal „Weiter“ gelangen Sie (durch Anklicken), zu einer Auswahl von Ordnern.
Es ist auch möglich, einen Ordner „eigener Vorstellung“ in das unten befindliche
leere Feld einzutragen!
6. Mit „Weiter“ wird das Termevaluator-Programm samt Icon und Hilfe-Text (doc und
pdf) installiert. Damit ist die Installation abgeschlossen.

Alternativ hierzu können Sie auch mit
<http://www.werner-liese.de/31401.html>
auf die Internetseite „Termevaluator“ gelangen.

In der Mitte dieser Seite finden Sie den Button „Termevaluator4.3“.
Nach dem Anklicken verfahren Sie wie in 2. bis 6. (oben) beschrieben.

Links:

Beschreibung u. Bedienung von Termevaluator4.3:

<http://www.werner-liese.de/LiTeX/Termevaluator/Bedienungtermevaluator.pdf>

WEB-Seite zu Termevaluator4.3:

<http://www.werner-liese.de/31401.html>

Installation von Termevaluator4.3:

<http://www.werner-liese.de/LiTeX/Termevaluator/InstallationTermevaluator.zip>

Installation von Termevaluator4.3ohne Grafik:

http://www.werner-liese.de/LiTeX/Termevaluator/InstallationTermevaluator_ohneGrafik.zip

Unterstützung beim Arbeiten mit dem Termevaluator

Downloadbar unter: <https://wiki.bbi.at/Mathematik>

Bedienungsanleitung: Dr. Sponheimer

Termevaluator_Tagung_Dezember_2018: Elisabeth Stanetty

Termevaluator_LMZ_Tagung_März_2019: Elisabeth Stanetty

Kontaktadressen: <sponheimer@blista.de>, <elisabeth.stanetty@bbi.at>

Danksagung

Ich möchte mich bei Herrn Dr. Sponheimer ganz herzlich bedanken für die großartige Hilfe bei der Bewältigung von Problemen und die unermüdliche Bereitschaft, das Programm weiterzuentwickeln, um unsere Schüler/innen noch besser unterstützen zu können.

Grundsätzliches

Beim Öffnen des Termevaluators steht der Cursor in der Eingabezeile, nach der Berechnung in der Ausgabezeile oder es öffnet sich ein zusätzliches Formblatt.

[Alt e] stellt den Cursor in die Eingabezeile

[Alt a] stellt den Cursor in die Ausgabezeile

[Alt l] stellt den Cursor in die Eingabezeile und löscht frühere Eingaben

[Enter] leitet die Berechnung ein

Eingaben:

In der Regel ist es egal, ob Eingabebefehle (Kennungen) mit Klein- oder mit Großbuchstaben eingegeben werden.

Abstände zwischen Rechenoperationszeichen sind egal - sie werden nach [Enter] unter Umständen automatisch verändert.

Dezimalzahlen können mit Komma oder mit Punkt eingegeben werden.

Statt des Pipes (|) kann in den meisten Fällen auch der Strichpunkt (;) verwendet werden.

Die letzte Ausgabe kann mit "ans" aufgerufen werden, um damit weiter zu rechnen.

Die letzte Eingabe kann mit "rr" erneut aufgerufen werden.

Sonderzeichen werden nach einer Berechnung immer als Dezimalzahl ausgegeben:
pi, PI oder pi# oder PI# - e# oder exp(1), e#^2=exp(2)

Übertragen in das Arbeitsdokument:

Einfachster Vorgang

Kopieren und Einfügen von Eingaben: Markieren - [Strg c] - [Strg v]

Kopieren und Einfügen von Ausgaben: [Alt z] - [Strg v] oder: Markieren - [Strg c] - [Strg v]

Rechenmodus

Die Vorrangregeln sind zu beachten!

Zu verwenden sind: + - * / ^ () []

Gemischte Zahlen werden entsprechend den Vorrangregeln eingegeben.

1 1/2 =1 +1/2

-2 1/3 =-(2 +1/3) oder -2-1/3

Genauigkeit einer Dezimalzahl (DEZ)

entsprechend der angegebenen Stellenanzahl - so oft [Alt s] bis die gewünschte Stellenanzahl erscheint oder eine Zahl<=26 eingeben.

Ausgabe auf 26 Dezimalstellen genau durch Voranstellen von DEZ oder dez

Beispiel:

Eingabe: pi

Ausgabe: 3,14159 (Stellenanzahl 6)

Eingabe: dez pi [Enter] führt zu

Eingabe: DEZ pi

Ausgabe: 3,1415926535897932384626434

Divisor negativ ()

Wird durch negative Zahlen dividiert, muss die Zahl in Klammer gesetzt werden

Beispiel:

Eingabe: 2/-2

Ausgabe: Zeichenfolge "/-" nicht zulässig! Nenner in Klammern "(-...)" einschließen!

Eingabe: 2/(-2)

Ausgabe: -1

Ausgabe in Bruchdarstellung (BR)

-) Jedes Ergebnis kann nachträglich als Bruch dargestellt werden.

Beispiel:

Eingabe: 2/(-4)

Ausgabe: -0,5

Eingabe: br ans [Enter] führt zu

Eingabe: BR -0,5

Ausgabe: -1/2

Beispiel:

Eingabe: BR (4*2 +8)/(7-4*5)

Ausgabe: -16/13 = -1 - 3/13

-) Stehen Potenzen im Zähler oder Nenner, muss die Basis eingeklammert werden.

Beispiel:

2^2/4^2

Eingabe: BR2^2/4^2

Ausgabe: Basis ist nicht geklammert!

Eingabe: BR(2)^2/(4)^2

Ausgabe: 1/4

-) Stehen Dezimalzahlen oder Brüche im Nenner (Divisor), müssen diese in Klammer gesetzt werden

Beispiel:

4/2,5+3/(2/5)-(1+1/2)^3

Eingabe: BR4/(2,5) +3/(2/5) -(1 +1/2)^3

Ausgabe: 229/40 = 5 + 29/40

-) Periodische und gemischtperiodische Dezimalzahlen werden in eckige Klammern gesetzt. P steht vor dem Beginn der Periode

Beispiel:

$1/4 + 2,3333333...$

Eingabe: BR1/4+[2,P3]

Ausgabe: $31/12 = 2 + 7/12$

Beispiel:

$1/90 + 2,13333333...$

Eingabe: BR1/90+[2,1P3]

Ausgabe: $193/90 = 2 + 13/90$

Beispiel:

$4/5 - 1,3456565656$

Eingabe: BR 4/5-[1,34P56]

Ausgabe: -2701/4950

-) Ausgabe in Bruchdarstellung bei negativen Potenzen erfordert 2 Schritte:

Beispiel:

$2^{(-2)}$

Eingabe: BR2⁽⁻²⁾

Ausgabe: Basis nicht geklammert

Eingabe: BR(2)⁽⁻²⁾

Ausgabe: Berechnung nicht durchführbar!

Schritt 1 - Berechnung mit Ausgabe in Dezimalschreibweise

Eingabe: 2⁻²

Ausgabe: 0,25

Schritt 2 - nachträglich in Bruchdarstellung umwandeln

Eingabe: br ans [Enter] führt zu

Eingabe: BR 0,25

Ausgabe: 1/4

Wissenschaftliche Schreibweise (EE)

Die automatische Umschaltung auf die wissenschaftliche Schreibweise ist von der eingestellten Stellenzahl abhängig.

Soll die Ausgabe generell in der wissenschaftl. Schreibweise erfolgen, werden durch "EE" oder "ee" [Enter] alle weiteren Ergebnisse in dieser Schreibweise angegeben, sofern nur im Rechenmodus (keine andere Funktion wie zB Nullstellenberechnung) gearbeitet wird.

Mit erneuerter Eingabe von "EE" wird wieder auf die Darstellung entsprechend der eingegebenen Stellenanzahl umgestellt.

Beispiel:

Eingabe: ee [Enter] führt zu

Eingabe:

Eingabe: 4

Ausgabe: 4E +00

Eingabe: 4,8 *27

Ausgabe: 1,296E+02

Eingabe: ee [Enter] führt zu

Eingabe:

Eingabe: 4

Ausgabe: 4

Beispiel:

Eingabe: 2/5*7/5

Ausgabe: 0,56

Eingabe: ee ans 2mal [Enter]

Ausgabe: 5,6E-01

Eingabe: ee [Enter] schaltet den Modus "Wissenschaftl. Schreibweise" wieder aus.

Wurzeln (root)

n-te Wurzel aus a: $\text{root}(a|n)$ oder $\text{root}(a;n)$

Zusätzlich:

sqrt für Quadratwurzel

cub für 3. Wurzel

$^{(1/n)}$ wenn die Wurzel aus einer positiven Zahl gesucht wird

Beispiel:

Eingabe: $\text{root}(12,25|2)$

Ausgabe: 3,5

Eingabe: $\text{sqrt}(12,25)$

Ausgabe: 3,5

Eingabe: $12,25^{(1/2)}$

Ausgabe: 3,5

Beispiel:

Eingabe: $\text{root}(-8|3)$

Ausgabe: -2

Eingabe: $\text{cub}(-8)$

Ausgabe: -2

Eingabe: $(-8)^{(1/3)}$ - Die Wurzel aus minus 8 wird gesucht!

Ausgabe: Eingabe nicht korrekt!

Absolutbetrag (abs)

Beispiel:

Eingabe: $\text{abs}(4-7-4*8-18/3)$

Ausgabe: 41

Binärsystem

Konvertieren (BIN); INVBIN()

[Strg F2], bin oder BIN --> dezimal in binär

[Strg shift F2] oder invbin oder INVBIN --> binär in dezimal

Beispiel: Dezimalzahl 100

Eingabe: BIN(100)

Ausgabe: &B1100100

Beispiel: Binärzahl 100

Eingabe: INVBIN(100)

Ausgabe: 4

Rechnen im Binärsystem: (&B)

Beispiel:

Eingabe: &B10 +&B10

Ausgabe: &B100 Dezimal: 4

Beispiel:

Eingabe: &b10 *&b100 [Enter]

Ausgabe: &B1000 Dezimal: 8

Komplexe Zahlen

Rechnen mit komplexen Zahlen der Form $a + bi$ (KOM)

Kennung: [Strg k] oder kom oder KOM; Eingaben nach den Vorrangregeln;

Beispiel:

Eingabe: kom2+3i*4

Ausgabe: (2+12*i)

Eingabe: kom(2+3i)*4

Ausgabe: (8+12*i)

Eingabe: kom(2+3i)*(2-3i)

Ausgabe: (13)

Rechnen mit komplexen Zahlen der Form $a + bi$, aber mit Ausgabe in Polarkoordinaten (POL)

Kennung: [Strg p] oder POL oder pol; Eingabe nach Vorrangregeln;

Beispiel:

Eingabe: POL(3+4i)*(3-4i)

Ausgabe: (Betrag: 25 Winkel: 0 RAD)

oder bei Winkeleinstellung in Degree:

Eingabe: POL(3+4i)*(3-4i)

Ausgabe: (Betrag: 25 Winkel: 0 DEG)

Beispiel: Ändern der Winkeleinstellung - nur mit [Alt w] und nochmals [Enter]

Eingabe: POL(3+4i)*3

Ausgabe: (Betrag: 15 Winkel: 0,927295218 RAD)

oder bei Winkeleinstellung in Degree:

Eingabe: POL(3+4i)*(3-4i)

Ausgabe: (Betrag: 15 Winkel: 53,1301023542 DEG)

Konvertieren von Polarkoordinaten in kart. Koordinaten (POLAR)

Kennung: "POLAR"; Eingabe je nach Winkeleinheit;

Beispiel:

Eingabe: polar [Enter] führt zu

Eingabe: POLAR alpha = | r =

Eingabe bei voreingestellter Winkeleinheit Degree

Eingabe: POLAR alpha =90 | r =2

Ausgabe: x = 0 | y = 2

Bei voreingestellter Winkeleinheit Radiant

muss pi zuerst in eine Dezimalzahl umgewandelt werden

Eingabe: DEZ pi/2

Ausgabe: 1,5707963267948966192313217

Eingabe: POLAR alpha=ans | r=3

Ausgabe: x = 0 | y = 3

Es erscheint nicht 0, wenn pi/2 mit "Stellenanzahl 6" angegeben wird (zu ungenau).

Konvertieren von kartesischen Koordinaten in Polarkoordinaten (KART)

Kennung: "KART"

Beispiel: Ausgabe abhängig von der Winkeleinheit

Eingabe: kart [Enter] führt zu

Eingabe: KARTx= |y=

Eingabe: KARTx=0|y=2

Ausgabe: alpha = 1,5707963268 | r = 2

Eingabe: KARTx=0|y=2

Ausgabe: alpha = 90 | r = 2

Variable x in Termen mit komplexen Zahlen belegen (KOMPLEX)

Kennung: "KOMPLEX"

Beispiel:

Eingabe: komplex(4+x) [Enter]

Ausgabe in einem Formblatt::

[Alt g] Wert für x: zB (2+i)*(2-i) [Enter]

Ausgabe in einem 2. Formblatt:

Term: $(4 + ((2+i)*(2-i)))$

Auswertung: (9)

[Alt o] oder [Enter]: neue Eingabemöglichkeit:

Wert für x: zB (2/i) [Enter]

Ausgabe in einem 2. Formblatt:

Term: $(4 + ((2/i)))$

Auswertung: (4-2i)

[Enter] [Alt z]: Rückkehr zum Hauptfenster

Terme mit der Variablen x

Variable x mit einzelnen reellen Zahlen belegen

Nach den Koeffizienten muss im Term * gesetzt werden; Vorrangregeln beachten!

Beispiel:

Eingabe: $\text{root}(x|3)/(2*x)^2$ [Enter]

Ausgabe in einem Formblatt:

Geben Sie Wert für x ein: zB 1 [Enter]

Ausgabe in einem 2. Formblatt:

Term: $\text{root}(1|3)/(2*1)^2$

Auswertung: 0,25

[Alt o] oder [Enter] führt zu neuer Eingabemöglichkeit

[Alt z] Rückkehr zum Hauptfenster



Wertetabellen anlegen (FUN a|b|step h|f)

Kennung: "FUN" oder "fun"

Wertetabellen in beliebigen Abständen und Intervallen anlegen. Nach den Intervallen und den Abständen wird der Term eingegeben.

Beispiel

Eingabe: fun [Enter] führt zu

Eingabe: FUN a|b|step h|f

Eingabe: FUN -8|8|step 2|x^3/(2*x)^2

oder

Eingabe: FUN -8|8|2|x^3/(2*x)^2

Ausgabe in einem Formblatt::

Funktionswertetabelle

Funktion f: $f(x) = x^3/(2*x)^2$

x | f(x)

-8 | -2

-6 | -1,5

-4 | -1

-2 | -0,5

0 | 0

2 | 0,5

4 | 1

6 | 1,5

8 | 2

mit [Alt z] und [Strg v] im Arbeitsdokument einfügen:

Gleichungen

Gleichungen in x; Berechnung der reellen Lösungen (GLG)

Nur reelle Lösungen werden angezeigt.

Kennung: "GLG" oder [Strg g]

Beispiel:

Eingabe: glg $5*(x-3)-7*(5+x)=6$ [Enter] führt zu

Eingabe: GLG -20|20| $5*(x-3)-7*(5+x)=6$

Ausgabe: Keine Lösung im Intervall [-20...20]!

Eingabe: GLG -40|40| $5*(x-3)-7*(5+x)=6$

Ausgabe: 1 Lösung in [-40...40]: -28

Beispiel:

Eingabe: glg $\lg(100)-3x^2=0$ [Enter] führt zu

Eingabe: GLG -20|20| $\lg(100)-3*x^2=0$

Ausgabe: 2 Lösung(en): -0,816497 | 0,816497

Beispiel:

Eingabe: GLG -20| 20| $x^2-4=-1/2*x+2$

Ausgabe: 2 Lösung(en): -2,712214 | 2,212214

Beispiel:

Eingabe: GLG -20| 20| $x^2+4=0$

Ausgabe: Keine Lösung im Intervall [-20,,,20]!

Achtung: Imaginäre Lösungen werden nicht angezeigt!

Schneiden von 2 Polynomfunktionen (GLG ... S)

Kennung: "GLG" und am Ende der Eingabe "S"

Beispiel: (schneiden zweier Geraden)

$$y_1 = 3x + 4$$

$$y_2 = -1/2x + 11$$

Eingabe: GLG -20|20|3*x+4=-1/2*x+11S

Ausgabe in einem Formblatt::

Lösung(en) der Gleichung:

$$3x + 4 = -1/2x + 11$$

im Intervall [-20...20]:

(1 Lösung(en))

2 Schnittpunkt: (2 | 10)

Beispiel: (Polynomfkt. 2. Grades und Gerade)

$$y_1 = x^2 - 4$$

$$y_2 = -1/2x + 2$$

Eingabe: GLG -20| 20| x^2-4=-1/2*x+2 S

Ausgabe in einem Formblatt::

Lösung(en) der Gleichung:

$$x^2 - 4 = -1/2x + 2$$

im Intervall [-20...20]:

(2 Lösung(en))

-2,712214 Schnittpunkt: (-2,712214 | 3,356107)

2,212214 Schnittpunkt: (2,212214 | 0,893893)

Beispiel: (Polynomfkt. 3 und 2. Grades)

$$y_1 = x^3 - 2x^2 + 4$$

$$y_2 = x^2 + 2$$

Eingabe: GLG -20| 20| $x^3 - 2x^2 + 4 = x^2 + 2$ S

Ausgabe in einem Formblatt:

Lösung(en) der Gleichung:

$$x^3 - 2x^2 + 4 = x^2 + 2$$

im Intervall [-20...20]:

(3 Lösung(en))

-0,732051 Schnittpunkt: (-0,732051 | 2,535898)

1 Schnittpunkt: (1 | 3)

2,732051 Schnittpunkt: (2,732051 | 9,464102)

Bruchgleichungen und algebraische Glg in x (ALG; [])

Auch komplexe Lösungen werden berechnet, x kann auch im Nenner stehen.

Nenner, die x enthalten müssen in eckigen Klammern stehen. Es sind Additionen, Subtraktionen, Multiplikationen, Potenzieren (≤ 9) als Form der Multiplikation und Divisionen möglich.

Beispiel

$$x/3*(2x+5) - 8x = 1/x$$

Eingabe: ALG [Enter] führt zu

Eingabe: ALG $x/3*(2*x+5) - 8*x = 1/[x]$

Ausgabe in einem Formblatt::

Die Gleichung: $x/3*(2*x+5) - 8*x = 1/(x)$

hat folgende Lösungen:

(9,516563)

(-0,008281+0,396927i)

(-0,008281-0,396927i)

Quadratische Gleichungen in x (QUAD)

Auch komplexe Lösungen werden berechnet.

quadratische Gleichungen der Form: $ax^2 + bx + c = 0$

Eingabe der Koeffizienten: a, b, c

Beispiel:

$$4x^2 + 8x - 2 = 0$$

Eingabe: quad [Enter] führt zu

Eingabe: QUAD |a_2| |a_1| |a_0| |

Eingabe: QUAD |a_2|4|a_1|8|a_0|-2|

oder

Eingabe: QUAD 4|8|-2

Ausgabe in einem Formblatt:

Die Lösungen der quadratischen Gleichung sind reell!

$$x_1 = -1 + \sqrt{3/2} = 0,224745$$

$$x_2 = -1 - \sqrt{3/2} = -2,224745$$

Koeffizienten der Gleichung $a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$:

$$a_2 = 4$$

$$a_1 = 8$$

$$a_0 = -2$$

Beispiel:

$$x^2 = -4$$

Eingabe: QUAD 1|0|4

Ausgabe in einem Formblatt:

Die Lösungen der quadratischen Gleichung sind komplex!

$$x_1 = 0 + \sqrt{4}i = 2i$$

$$x_2 = 0 - \sqrt{4}i = -2i$$

Lineare Gleichungssysteme in x und y (GL2) oder (GB2) oder (GXY)

Bei Verwenden der **Eingabe**: GL2 oder GB2

Umschlichten in: $a \cdot x + b \cdot y = c$

einzelne Gleichungen innerhalb {} oder ()

Beispiel:

$$2x+4y=6$$

$$y=3/2 \cdot x$$

1. Weg mit GL2 mit Umschlichten - Ausgabe in Dezimalzahlen

Gleichungen in runden oder geschwungenen Klammerneingeben:

Eingabe: GL2{2*x+4*y=6}{3*x-2*y=0}

oder

Eingabe: GL2(2*x+4*y=6)(3*x-2*y=0)

Ausgabe: [x=0,75 | y=1,125]

2. Weg mit GB2 mit Umschlichten - Ausgabe in Bruchdarstellung

Eingabe: GB2 {2x+4y=6}{3/2x-y=0}

Ausgabe: [x= (3/4) | y= (9/8)]

3. Weg mit GXY ohne Umschlichten

Eingabe: GXY|xa-20|xe20|ya-20|ye20|2*x+4*y=6|y=3/2*x|

oder

Eingabe: GXY|xa-20|xe20|ya-20|ye20|f(x|y)2*x+4*y=6|g(x|y)y=3/2*x|

Ausgabe in einem Formblatt:

Lösungen des (nicht)linearen Gleichungssystems:

$$f(x, y): 2 \cdot x + 4 \cdot y = 6$$

$$g(x, y): y = 3/2 \cdot x$$

$$x(1) = 0,75 \quad y(1) = 1,125$$

(Nicht)lineare Gleichungen in x und y (GXY)

Wird zur Lösung von Gleichungen in 2 Unbekannten x, y "GXY" verwendet, muss nicht geschlichtet werden.

Verwendbar zB beim Schneiden von Kegelschnitten oder von einem Kegelschnitt und einer Gerade oder von Geraden, die nicht in der Form $a \cdot x + b \cdot y = c$ angegeben sind.

Beispiel: (2 Geraden)

Eingabe: gxy [Enter] führt zu

Eingabe: GXY |xa -20|xe 20| ya -20|ye 20| f(x|y) | g(x|y) |

Eingabe: GXY|xa-20|xe20|ya-20|ye20|2*x-6*y=8|y=5/(4-6)*x-5| [Enter]

Ausgabe in einem Formblatt::

Lösungen des (nicht)linearen Gleichungssystems:

$$f(x, y): 2 \cdot x - 6 \cdot y = 8$$

$$g(x, y): y = 5 / (4 - 6) \cdot x - 5$$

$$x(1) = -1,294118 \quad y(1) = -1,764706$$

Beispiel:(Ellipse, Kreis)

Eingabe: GXY|xa-20|xe20|ya-20|ye20|f(x|y)y^2+x^2=25|g(x|y)y=4/3*x|

Ausgabe in einem Formblatt::

Lösungen des (nicht)linearen Gleichungssystems:

$$f(x, y): y^2 + x^2 = 25$$

$$g(x, y): y = 4/3 \cdot x$$

$$x(1) = -3 \quad y(1) = -4$$

$$x(2) = 3 \quad y(2) = 4$$

Lineare Gleichungen in x, y, z (GL3, GB3)

Umschlichten in $a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z = d$

GL3 - Lösung in Dezimaldarstellung

GB3 - Lösung in Bruchdarstellung

Lineare Gleichungen in w, x, y, z (GL4, GB4)

Umschlichten in $a*w + b*x + c*y + d*z = e$

Variablen nach dem Alphabet schlichten!!!! (w zuerst!!)

GL4 - Lösung in Dezimaldarstellung

GB4 - Lösung in Bruchdarstellung

Beispiel:

$$5a + 3b + 4c + 4d = 181$$

$$4a + 3b + 5c = 142$$

$$2a + 3b + 3c + 4d = 144$$

$$a + 3b + 4d = 97$$

Die Koeffizienten a durch w, b durch x, c durch y und d durch z ersetzen.

Eingabe:

GL4{5w+3x+4y+4z=181}{4w+3x+5y=142}{2w+3x+3y+4z=144}{w+3x+4z=97}

Ausgabe:

[w=8 | x=15 | y=13 | z=11]

Lineare Gleichungssysteme lösen mit dem Eliminationsverfahren von Gauss-Jordan (2 bis 50 Unbekannte) (GAUSS n)

Die Koeffizienten eines Gleichungssystem werden zu einem rechteckigen Zahlenschema zusammengefasst und in Matrixschreibweise eingegeben.

$$a_1 *x + b_1 *y + \dots = z_1$$

$$a_2 *x + b_2 *y + \dots = z_2$$

Die Anzahl der Unbekannten n wird nach dem Wort "GAUSS" eingegeben. Es folgt ||. Jede Gleichung wird mit || abgeschlossen. Die Koeffizienten werden durch | oder ; voeinander getrennt.

Beispiel:

$$5a + 3b + 4c + 4d = 181$$

$$4a + 3b + 5c = 142$$

$$2a + 3b + 3c + 4d = 144$$

$$a + 3b + 4d = 97$$

Eingabe: GAUSS4||5|3|4|4|181||4|3|5|0|142||2|3|3|4|144||1|3|0|4|97||

Ausgabe: | 8 | 15 | 13 | 11 |

Kurvendiskussion

Reelle Nullstellen in einem Intervall (NULL)

Berechnung der reellen Nullstellen innerhalb eines frei zu wählenden Intervalls

Beispiel:

Gesucht sind die reellen Nullstellen der Funktion $f(x)$.

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 4$$

Eingabe: null [Enter] führt zu

Eingabe: NULL $f(x)$

Nun wird $f(x)$ durch die Funktion ersetzt:

Eingabe: NULL $x^3 + 2x^2 + 4$ [Enter] führt zu

Eingabe: NULL-20| 20| x^3+2*x^2+4 [Enter]

Ausgabe: 1 Nullstelle in [-20...20]: -2,594313

Bei Bedarf können die Grenzen beliebig angepasst werden

Beispiel:

$$f(x) = 10^x - 5$$

Eingabe: NULL-20|20| 10^x-5

Ausgabe: 1 Nullstelle in [-20...20]: 0,69897

Alle Nullstellen (NULLPOLY n)

Berechnung aller Nullstellen einer Polynomfunktion. Angabe des Grades n und der Koeffizienten in der Reihenfolge der Standardform (absteigende Potenz)

Beispiel: Gesucht sind die Nullstellen der Funktion

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 4$$

Eingabe: nullpoly3 [Enter] führt zu

Eingabe: NULLPOLY|a_3| |a_2| |a_1| |a_0| |

Nun werden die Koeffizienten eingesetzt:

Eingabe: NULLPOLY|a_3|1|a_2|2|a_1|0|a_0|4|

Ausgabe in einem Formblatt::

Nullstellen des Polynoms p:

$$(-2,594313)$$

$$(0,297157+1,205625i)$$

$$(0,297157-1,205625i)$$

Koeffizienten des Polynoms p:

$$(p(x) = a_3 \cdot x^3 + \dots + a_1 \cdot x + a_0)$$

$$a_3 = 1$$

$$a_2 = 2$$

$$a_1 = 0$$

$$a_0 = 4$$

Alle reellen Nullstellen (NULLPOLY...r)

Am Ende der Eingabe r (für reelle Zahlen)

Beispiel

Gegeben ist die Funktion: $f(x) = x^3 + 2x^2 + 4$

1. Weg:

Eingabe: nullx^3 +2x^2 +4 [Enter] führt zu

Eingabe: NULL20|20|x^3+2*x^2+4 (das - vor 20 scheint manchmal nicht auf)

Ausgabe: 1 Nullstelle in [-20...20]: -2,594313

2. Weg:

NULLPOLY|a_3|1|a_2|2|a_1|0|a_0|4|r

Formblatt:

Nullstellen des Polynoms p:

(-2,594313)

Koeffizienten des Polynoms p:

$(p(x) = a_3 \cdot x^3 + \dots + a_1 \cdot x + a_0)$

$a_3 = 1$

$a_2 = 2$

$a_1 = 0$

$a_0 = 4$

Lokale Extremwerte (MAX)

Berechnung erfolgt nur, wenn im angegebenen Intervall stetig!!! (keine Sprungstellen, keine Polstellen)

Beispiel:

$$f(x) = (3x^2 - 2)/(x^2 + x - 5)$$

Nenner:

Eingabe: NULL $x^2 + x - 5$

Ausgabe: 2 Nullstelle in [-20...20]: -2,791288 1,791288

Intervalle trennen:

Eingabe: MAX-20|-2,8| $(3*x^2-2)/(x^2+x-5)$

Ausgabe: Keine Hoch-/Tiefpunkte ! steigend !

Eingabe: MAX-2,79|1,79| $(3*x^2-2)/(x^2+x-5)$

A im Formblatt:

Hoch- und Tiefpunkte der Funktion f:

$$f(x) = (3*x^2-2)/(x^2+x-5)$$

im Intervall [-2,79...1,79]

(1 Hochpunkte(HP) / Tiefpunkte(TP))

HP(0,0776|0,4031)

Eingabe: MAX1,8|20| $(3*x^2-2)/(x^2+x-5)$

Ausgabe: TP(8,589|2,835) |

Wendepunkte (WEN)

Kennung: WEN

Beispiel:

Eingabe: wen $x^3-2*x+5$ [Enter] führt zu

Eingabe: WEN-20|20|x³-2*x+5 [Enter]

Ausgabe: WP(0|5)

A im Formblatt:

Wendepunkte der Funktion f:

$$f(x) = x^3-2*x+5$$

im Intervall [-20...20]

1 Wendepunkt(e)

WP(0|5) Steigung: $m = -2$

Steigung in einem Punkt (ABL)

Kennung: ABL|x=f(x) =

Beispiel:

Eingabe: ABL|x=5|f(x)=1/4*x³-6*x+8

Ausgabe: 12,75

Tangenten in einem Punkt (ABL T)

Kennung: ABL|x =f(x) = t

Beispiel:

$f(x) = 1/4x^3-6x+8$ Gesucht: Wendetangente W(0|8)

Eingabe: ABL|x=0|f(x)=1/4*x³-6*x+8 t

Ausgabe: $t(x) = -6*x + 8$

$f(x) = e^x - 2$ Ges: Tangente an der Stelle $x = 1$

Eingabe: abl|x=1|f(x)=e^x-2t

Ausgabe: $t(x) = 2,7183*x - 2$

1. und 2. Ableitung einer Polynomfunktion (ALG S)

Kennung: ALG S f

Beispiel:

Eingabe: x^3-2x+5

Ausgabe im Formblatt:

Das Polynom p: $p(x) = x^3-2x+5$

hat die Standardform :

$$p(x) = 1x^3+0x^2-2x^1+5$$

Erste Ableitung $p_1(x)$:

$$p_1(x) = 3x^2+0x^1-2$$

Zweite Ableitung $p_2(x)$:

$$p_2(x) = 6x^1+0$$

Wertetabelle (FUN)

Kennung: FUN|a|b|step|f

Beispiel:

Eingabe: fun [Enter] führt zu

Eingabe: FUN a|b|step h|f

Eingabe: FUN3|4|step0,5|x^3-2*x+5 11 [Enter] führt zu

Ausgabe in einem Formblatt:

Funktionswertetabelle

Funktion f: $f(x) = x^3-2x+5$

x	f(x)
---	------

3	26
---	----

3,5	40,875
-----	--------

4	61
---	----

Einzelne Funktionswerte bestimmen

Kennung: Termeingabe oder Funktionseingabe

Beispiel:

Eingabe: $2x^2$ [Enter]

Ausgabe im Formblatt 1:

Geben Sie einen Wert für x ein!

zB 5 [Enter]

Ausgabe im Formblatt 2:

Term: $2 \cdot 5^2$

Ausgabe: 50 Eingaben für x beliebig oft wiederholbar



Kurvendiskussion Exponentialfunktion $a \cdot e^x + b$

Euler'sche Zahl (e#; exp(1))

e# =exp(1); e#^2 =exp(2), ...

Eingabe: e#

Ausgabe: 2,7182818284591

Eingabe: exp(1)

Ausgabe: 2,7182818284591

Beispiel:

Gegeben ist die Funktion: $2 \cdot e^x - 1$

Reelle Nullstelle (NULL)

Eingabe: null [Enter] führt zu

Eingabe: NULL20|20|2*e#^x-1 (- vor -20 scheint nicht auf, wird aber berechnet)

Ausgabe: 1 Nullstelle in [-20...20]: -0,693147

Lokale Extremwerte (MAX)

Eingabe: MAX-20|20|2*e#^x-1

Ausgabe: Keine Hoch-/Tiefpunkte ! steigend !

Wendepunkte (WEN)

Eingabe: WEN-20|20|2*e#^x-1

Ausgabe: Keine Wendepunkte ! Linkskurve !

Steigung an der Stelle 1 (ABL x=|)

Eingabe: ABLx=1|2*e#^x-1

Ausgabe: 5,4366

Funktionswert an der Stelle 4

Eingabe: $f(x)=2*e^{x-1}$

oder

Eingabe: $2*e^{x-1}$

Ausgabe in einem Formblatt:

Wert für x eingeben - bei Eingabe [4]

Ausgabe in einem 2. Formblatt:

108,19630006629

mit strg c kann das Ergebnis sofort in das Arbeitsdokument übertragen werden.

Verlauf der Funktion (F2; FUNa|b|step|f)

Mit [F2] ausplotten - oder - für Braillearbeiter/innen Wertetabelle und beschreiben:

Eingabe: fun [Enter] führt zu

Eingabe: FUN a|b|step h|f

Eingabe: FUN-3|3|step1| $2*e^{x-1}$ [Enter]

Es erscheint die Wertetabelle in einem neuen Formblatt: Dieses kann mit [Alt z] sofort in das Arbeitsdokument übernommen werden.

Funktionswertetabelle

Funktion f: $f(x) = 2*e^{x-1}$

x | f(x)

-3 | -0,90042586326427

-2 | -0,72932943352678

-1 | -0,26424111765712

0 | 1

1 | 4,4365636569181

2 | 13,7781121978614

3 | 39,1710738463755

Dann nach den Werten auf den Verlauf schließen und beschreiben

Bestimmtes Integral (INT a|b|f)

Kennung: int a|b|f

Beispiel:

Fläche, die der Graph der Funktion $f(x) = 2 \cdot e^x - 1$ zwischen $x = 2$ und $x = 4$ mit der waagrecht Achse einschließt.

Eingabe: INT 2|4|2*e#^x-1

Ausgabe: 92,418188

Graphische Darstellung:

[F2] bei f(x)

Eingabe: fill 2*e#^x-1

Vektoren (R2,3)

Eingabemöglichkeiten: (x|y|z) (x;y;z) oder als Matrix

Speichern von Vektoren (RS; RZ)

Mit der Kennung "RS" werden bis zu 6 Vektoren mit der Bezeichnung a - f auf Dauer gespeichert und können mit der Kennung "RZ" wieder abgerufen werden.

Vektoren speichern: Bezeichnung: a, b, c, d, e, f

Keine Beistriche zwischen den Vektoren

Beispiel:

Eingabe: rs a(1;2)b(1;2)c(1;3)d(1;4)e(1;5)f(1;6) [Enter] führt zu

Eingabe: a(1;2)b(1;2)c(1;3)d(1;4)e(1;5)f(1;6)

Werden einzelne Werte nochmals gebraucht, werden sie mit "RZ" aufgerufen.

Eingabe: rz [Enter] führt zu

Eingabe: a(1;2)b(1;2)c(1;3)d(1;4)e(1;5)f(1;6)

Multiplikation eines Vektors mit einer Zahl (einem Skalar) (SV)

Eingabe: sv3*(1|2|3)

Ausgabe: Skalares Vielfache: (3 | 6 | 9)

Eingabe: Sv3*(1|2)

Ausgabe: Skalares Vielfache: (3 | 6 | 0)

Länge (Betrag) eines Vektoren (VB)

Kennung: VB , dann Eingabe des Vektors und "Enter"

Eingabe: vb(1|2|3)

Ausgabe: Vektorbetrag: 3,7417

Linearkombination von Vektoren (RS; LIN)

Vorgang in 2 Schritten:

1. Schritt: Speichern (RS)

Vektoren speichern: Bezeichnung: a, b, c, d, e, f

Keine Beistriche zwischen den Vektoren

Eingabe: RS a(3|4|5)b(-4|-5|-6) [Enter]

2. Schritt: Die gewünschte Berechnung angeben (LIN)

Eingabe: LIN a +2*b

Ausgabe: z = (-5 | -6 | -7)

Eingabe: LIN 2*b-a

Ausgabe: z = (-11 | -14 | -17)

Beispiel:

Berechne den fehlenden Eckpunkt D eines Parallelogramms.

A(1|2), B(4|6), C(5|9)

1. Schritt: Speichern (RS)

Eingabe: RS a(1|2)b(4|6)c(5|9) [Enter]

2. Schritt: Die gewünschte Berechnung angeben (LIN)

Eingabe: LIN a+c-b

Ausgabe: z = (2 | 5)

Skalarprodukt (SP)

Immer 3 Koordinaten angeben, auch wenn z=0

Eingabe: SP(3|4|5)(-4|-5|-6)

Ausgabe: Skalarprodukt: -62

Eingabe: SP(3|4)(-4|-5)

Ausgabe: Eingabe nicht korrekt !

Eingabe: SP(3|4|0)(-4|-5|0)

Ausgabe: Skalarprodukt: -32

Vektorprodukt (VP)

Kennung: VP()

Beispiel:

Eingabe: VP(3|4|5)(-4|-5|-6)

Ausgabe: Vektorprodukt: (1 | -2 | 1)

Normalabstand eines Punktes von einem Funktionsgraphen (ABST)

Kennung: ABST a|e||P|x |y ||f

Beispiel:

Abstand des Punktes (3|2) von der Geraden $y=2x-5$

Eingabe: ABST-20|20||P3|2||2*x-5

Ausgabe: Q(3,4|1,8) Abstand(QP)=0,4472

Geraden in \mathbb{R}^2 von Normalvektorform in Parameterform (GAUSS 2 |)

Eine Gerade zweimal angeben und mit dem GAUSS-JORDAN Verfahren die Lösung suchen.

Beispiel:

$$f: 2x + 4y = 6$$

$$g: 2x + 4y = 6$$

Eingabe: GAUSS 2||2|4|6||2|4|6||

Ausgabe in einem Formblatt:

Das lineare Gleichungssystem hat unendlich viele Lösungen

z.B. den Vektor $x = (x_{(1)} \dots x_{(2)})$:

$$x_{(1)} = 3$$

$$x_{(2)} = 0$$

Alle weiteren Lösungen erhält man durch Addition eines Vielfachen des Vektors

$v = (v_{(1)} \dots v_{(2)})$ mit den Komponenten:

$$v_{(1)} = -2$$

$$v_{(2)} = 1$$

Lösung: $g: X = (3|0) + t \cdot (-2|1)$

Ebenen von Normalvektorform in Parameterform umformen (GAUSS 3)

Eine Ebene zweimal angeben und mit dem GAUSS-JORDAN Verfahren die Lösung suchen.

Beispiel:

Schneide die beiden Ebenen

$$e_1: 2x+4y+6z=10$$

$$e_2: 2x+4y+6z=10$$

Eingabe: GAUSS 3||2|4|6|10||2|4|6|10||

Ausgabe in einem Formblatt::

Das lineare Gleichungssystem hat unendlich viele Lösungen

z.B. den Vektor $x = (x_1) \dots x_3$:

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = 0$$

$$x_3 = 0$$

Alle weiteren Lösungen erhält man durch Addition von Linearkombinationen der Vektoren v_1 und v_2 mit den Komponenten:

$$v_1(1) = -2$$

$$v_1(2) = 1$$

$$v_1(3) = 0$$

$$v_2(1) = -3$$

$$v_2(2) = 0$$

$$v_2(3) = 1$$

Das Ergebnis ist die Ebene selbst, da die Ebenen ident sind.

Ihre Parameterform ist: $X = (5|0|0) + s \cdot (-2|1|0) + t \cdot (-3|0|1)$

Schneiden von 3 Ebenen (GAUSS 3)

Beispiel:

(mit GL3 nur lösbar, wenn es einen Schnittpunkt gibt)

$$3x-2y+4z=11$$

$$2x-y-3z=-9$$

$$-x+3y+2z=11$$

Eingabe: gauss 3 [Enter] führt zu

Eingabe: GAUSS3|| | | | || | | | || | | | ||

Eingabe: GAUSS3||3|-2|4|11||2|-1|-3|-9||-1|3|2|11||

Ausgabe: | 1 | 2 | 3 |

Der Schnittpunkt ist: (1|2|3)

Beispiel:

$$2x+4y-z=8$$

$$2x+z=0$$

$$6x+12y-3z=24$$

Schneide die 3 Ebenen

Eingabe: GAUSS 3||2|4|-1|8||2|0|1|0||6|12|-3|24||

Ausgabe in einem Formblatt::

Das lineare Gleichungssystem hat unendlich viele Lösungen

z.B. den Vektor $x = (x_{(1)} \dots x_{(3)})$:

$$x_{(1)} = 0$$

$$x_{(2)} = 2$$

$$x_{(3)} = 0$$

Alle weiteren Lösungen erhält man durch Addition eines Vielfachen des Vektors

$v = (v_{(1)} \dots v_{(3)})$ mit den Komponenten:

$$v_{(1)} = -0,5$$

$$v_{(2)} = 0,5$$

$$v_{(3)} = 1$$

Die Schnittgerade: $X = (0|2|0) + t \cdot (-0,5|0,5|1)$

Schneide die beiden Ebenen

$$e_1: 2x+4y+6z=10$$

$$e_2: 4x+8y+12z=10$$

GAUSS3||2|4|6|10||4|8|12|10||

Gleichungssystem ist unlösbar !

Das Gleichungssystem ist unlösbar, weil die beiden Ebenen parallel sind.

Beispiel:

Schneide die beiden Ebenen

$$e_1: 2x+4y+6z=10$$

$$e_2: 4x+8y+12z=20$$

Eingabe: GAUSS3||2|4|6|10||4|8|12|20||

Ausgabe in einem Formblatt::

Das lineare Gleichungssystem hat unendlich viele Lösungen

z.B. den Vektor $x = (x_1) \dots x_3$:

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = 0$$

$$x_3 = 0$$

Alle weiteren Lösungen erhält man durch Addition von Linearkombinationen der Vektoren v_1 und v_2 mit den Komponenten:

$$v_1(1) = -2$$

$$v_1(2) = 1$$

$$v_1(3) = 0$$

$$v_2(1) = -3$$

$$v_2(2) = 0$$

$$v_2(3) = 1$$

Das Ergebnis ist die Ebene selbst, da die Ebenen ident sind.

Ihre Parameterform ist: $X = (5|0|0) + s \cdot (-2|1|0) + t \cdot (-3|0|1)$

Extremwert (Minimax) - Haupt- und Nebenbedingung (EXNB)

Kennung: [Strg e] oder "EXNB"

Beispiel:

Das größtmögliche Rechteck mit dem gegebenem Umfang 20 cm ist gesucht.

HB: $A(x,y) = x \cdot y$

NB: $2x+2y=20$

Eingabe: EXNB|MAXMIN|xa-20|xe20|f(x,y)=x*y|NB2*x+2*y=20|

Ausgabe: Maximum f(5|5) = 25

Beispiel: Einem Kreis mit dem Radius 10 ist das größtmögliche Dreieck einzuschreiben. (Basis des Dreiecks: $2 \cdot x$, Höhe: $y + r$, $P(x|y)$ auf der Kreislinie)

HB: $A(x,y) = 2 \cdot x \cdot (y+10)/2$

NB: $(x|y) = x^2 + y^2 = 100$

Eingabe: EXNB|MAXMIN|xa-20|xe20|f(x,y)=2*x*(y+10)/2|NBx^2+y^2=100|

Ausgabe: Maximum f(8,6603|5) = 129,9038

Statistik

Mittelwert berechnen

Kennung: [Strg d] oder "DATEN"

Eingabe: Daten [Enter] führt zu

Eingabe: DATEN

Alle Werte sind unterschiedlich:

Beispiel:

Berechne den Notendurchschnitt bei folgenden Noten: 2, 4, 5, 1, 3

Eingabe: DATEN2|4|5|1|3|

Ausgabe: Mittelwert 3 StandardAbw, 1,4142

Mehrere Werte sind gleich:

n Mal der Wert k: $n**k$

Beispiel:

Berechne den Notendurchschnitt bei folgenden Noten: 2, 3, 2, 2,1

Eingabe: DATEN 3**2|3|1

Ausgabe: Mittelwert 2 StandardAbw, 0,6325

Einzelne Werte werden durch arithmetische Terme angegeben

Kennung: "ROOT" darf nicht verwendet werden, da "|" als Liste interpretiert wird.

Beispiel:

Eingabe: DATEN4**2|2*3/3|(5/3+2/6)|4^2/8|

Ausgabe: Mittelwert 2 StandardAbw, 0

Eingabe: DATEN4**2|2*3/3|(5/3+2/6)|4^2/8|cub(8)|

Ausgabe: Mittelwert 2 StandardAbw, 0

Eingabe: DATEN4**2|2*3/3|(5/3+2/6)|4^2/8|sqrt(4)|

Ausgabe: Mittelwert 2 StandardAbw, 0

Achtung: falsche Berechnung bei der Eingabe der Funktion [root]

Eingabe: DATEN4**2|2*3/3|(5/3+2/6)|4^2/8|root(4|2)|

Ausgabe: Mittelwert 1,5556 StandardAbw, 0,8315

Fehlenden Wert bei bekanntem Mittelwert berechnen (DATEN MW ..|)|....)

Mittelwert bekannt, ein einziger Wert fehlt.

Beispiel:

Mittelwert ist 3, einer von 5 Werten fehlt

Eingabe: DATEN MW 3|4|5|1|3 [Enter] führt zu

Eingabe: DATEN 2| 4|5|1|3 [Enter]

Das bedeutet, dass der fehlende Wert 2 war, beim 2. Enter werden wieder MW und s angegeben!

Ausgabe: Mittelwert 3 StandardAbw, 1,4142

Wahrscheinlichkeit

Fakultät (FACT)

Kennung: fact(a)

Beispiel:

Eingabe: fact(4)

Ausgabe: 24

"händisch": $4 * 3 * 2 * 1 = 24$

Binomialkoeffizient (BINOM)

Anzahl der Wege bei n Versuchen zu k Erfolgen zu gelangen.

Kennung: binom(n|k) oder binco(n|k) oder binom(n;k) oder binco(n;k)

Beispiel:

Binomialverteilte Zufallsvariable: 5 Versuche, 2 Erfolge - Anzahl der Möglichkeiten sind gesucht.

Eingabe: binom(5|2)

Ausgabe: 10

Eingabe: fact(5)/(fact(3)*fact(2))

Ausgabe: 10

Binomialverteilung (DBINOM, CBINOM)

Wahrscheinlichkeit für "k" Erfolge (DBINOM)

Wahrscheinlichkeit, dass genau "k" Erfolge erzielt werden.

(k = Zahl der Erfolge, n = Zahl der Versuche, p = Erfolgswahrscheinlichkeit)

Kennung: `dbinom(k|n|p)` oder `dbinom(k;n;p)`

Beispiel:

a) Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem viermaligen Münzwurf einmal, zweimal, dreimal Mal "Kopf" geworfen wird.

Eingabe: `dbinom(1|4|0,5)`

Ausgabe: 0,25

Eingabe: `dbinom(2|4|0,5)`

Ausgabe: 0,375

Eingabe: `dbinom(3|4|0,5)`

Ausgabe: 0,25

Beispiel:

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem viermaligen Münzwurf mindestens Mal "Kopf" geworfen wird.

Gegenwahrscheinlichkeit: kein Erfolg:

Eingabe: `dbinom(0|4|0,5)`

Ausgabe: 0,0625

Eingabe: 1 -ans

Ausgabe: 0,9375

Wahrscheinlichkeit für höchstens "k" Erfolge (CBINOM)

Wahrscheinlichkeit, dass höchstens "k" Erfolge erzielt werden.

(k = Zahl der Erfolge, n = Zahl der Versuche, p = Erfolgswahrscheinlichkeit)

Kennung: cbinom(k|n|p) oder cbinom(k;n;p)

Beispiel:

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei vier Versuchen höchstens dreimal "Kopf" geworfen wird. (Berechnung mit dbinom oder mit cbinom)

Eingabe: dbinom(0|4|0,5)+ dbinom(1|4|0,5)+ dbinom(2|4|0,5)+ dbinom(3|4|0,5)

Ausgabe: 0,9375

Eingabe: cbinom(3|4|0,5)

Ausgabe: 0,9375

Beispiel:

Die Wahrscheinlichkeit, dass bei 8 Versuchen und einer Erfolgswahrscheinlichkeit von 20 % höchstens 5 Erfolge erzielt werden. (Berechnung mit dbinom oder mit cbinom)

Eingabe: dbinom(0|8|0,2)+ dbinom(1|8|0,2)+ dbinom(2|8|0,2)+ dbinom(3|8|0,2)+ dbinom(4|8|0,2)+ dbinom(5|8|0,2)

Ausgabe: 0,998769

Eingabe: cbinom(5|8|0,2)

Ausgabe: 0,998769

Normalverteilung

Quantil (QUANTIL(p))

Quantil bezeichnet die Zahl x_p (z), für die gilt, dass eine standardnormalverteilte Zufallsvariable X mit der Wahrscheinlichkeit p in dem Intervall $]-\infty; x_p]$ liegt.

Kennung: quantil(p)

Beispiel:

Eingabe: QUANTIL(0,5)

Ausgabe: Quantil $x_p = 0$ | $P(x \leq x_p) = 0,5$

$z=0$

Eingabe: QUANTIL(0,95)

Ausgabe: Quantil $x_p = 1,6449$ | $P(x \leq x_p) = 0,95$

$z = 1,6449$

Gegenwahrscheinlichkeit:

Eingabe: QUANTIL(0,05)

Ausgabe: Quantil $x_p = -1,6449$ | $P(x \leq x_p) = 0,05$

Symmetrisches Intervall zum Mittelwert (QUANTILBS (p))

Mit "QUANTILBS" werden die Grenzen $\pm x_p$ ($\pm z$) berechnet, in denen eine standardnormalverteilte Zufallsvariable X mit der Wahrscheinlichkeit p in dem Intervall $]-x_p; x_p]$ liegt.

Kennung: quantilbs(p)

Beispiel:

Eingabe: quantilbs(0,95)

Ausgabe: $x_p = \pm 1,96$ | $P(-x_p \leq x \leq x_p) = 0,95$

$z = \pm 1,96$

Genauigkeit auf 8 Stellen erhöhen durch Zusatz von "R" bzw. "r" am Ende der Eingabe

Eingabe: quantil(0,95)R

Ausgabe: Quantil $x_p = 1,64485363$ | $P(x \leq x_p) = 0,95$

Grenzen bei gegebener Wahrscheinlichkeit (ICNORM (p|m|s))

-) Minimalwert soll erreicht werden

Beispiel:

Schraubenlänge:

Wie muss die Schraubenlänge angegeben werden, damit eine zufällig ausgewählte Schraube mit 95 %-iger Sicherheit diese nicht überschreitet. (Mittelwert $m=3,1$, Standardabweichung $s=0,55$)

1.Weg: Berechnung mit "QUANTIL"

Eingabe: quantil(0,95)

Ausgabe: Quantil $x_p = 1,6449$ | $P(x \leq x_p) = 0,95$

Wert wird automatisch gespeichert

Eingabe: 3,1 +[Alt 2]*0,55 [Enter] führt zu

Eingabe: 3,1+1,6449*0,55

Ausgabe: 4,004695

2. Weg

Berechnung mit der zur Normalverteilungsfunktion (CNORM(x|m|s)) inversen Fkt (ICNORM(p|m|s)).

Eingabe: ICNORM(0,95|3,1|0,55)

Ausgabe: 4,0047

Die Genauigkeit kann auf 8 Stellen durch den Zusatz [R] oder [r] am Ende der Eingabe verändert werden:

Eingabe: ICNORM(0,95|3,1|0,55)R

Ausgabe: 4,0046695

-) Zufallsvariable soll mit einer gegebenen Wahrscheinlichkeit in einem symmetrischen Intervall um dem Mittelwert liegen.

Beispiel:

Schraubenlänge:

Wie muss das ein symmetrisches Intervall angegeben werden, damit eine zufällig ausgewählte Schraube mit 98 %-iger Sicherheit in diesem Intervall liegt.

(Mittelwert $m=3$, Standardabweichung $s=0,25$)

Eingabe: quantilbs(0,98)R

Ausgabe: $x_p = +/-2,32634787$ | $P(-x_p \leq x \leq x_p) = 0,98$

Wert wird automatisch gespeichert:

Eingabe: [Alt 2] *0,25 [Enter] führt zu

Eingabe: $+/-2,32634787 *0,25$ - unbedingt die Vorzeichen entfernen!!

Eingabe: $2,32634787 *0,25$

Ausgabe: 0,581587

Das gesuchte Intervall: $3 +/-0,581587$

Beispiel:

Schraubenlänge:

Welche Werte müssen angegeben werden, damit eine zufällig ausgewählte Schraube mit 90 %-iger Sicherheit nicht beanstandet wird.

(Mittelwert $m=5$, Standardabweichung $s=0,21$)

1. Weg

Eingabe: quantilbs(0,9)

Ausgabe: $x_p = +/-1,6449$ | $P(-x_p \leq x \leq x_p) = 0,9$

Mindestlänge:

Eingabe: $5-0,21*1,6449$

Ausgabe: 4,65457

Höchstlänge:

Eingabe: $5+0,21*1,6449$

Ausgabe: 5,34543

2. Weg

10 % liegen außerhalb des erlaubten Intervalls (5 % sind kürzer, 5 % sind größer)

Berechnung der Grenzen mit der inversen Funktion:

Mindestlänge:

Eingabe: icnorm(0,05|5|0,21)

Ausgabe: 4,6546

Höchstlänge:

Eingabe: icnorm(0,95|5|0,21)

Ausgabe: 5,3454

Standardnormalverteilung (DNORM(x|m|s) und Dichte der Standardnormalverteilung (CNORM(x|m|s)

Zufallsvariable = x, Mittelwert = m, Standardabweichung = s

Kennung: dnorm(x;m;s) oder dnorm (x|m|s) bzw. cnorm(x;m;s) oder dnorm(x|m|s)

Beispiel:

Normalverteilung: x=4, m =5, s =0,21

Eingabe: dnorm(4,65|5|0,21)

Ausgabe: 0,473701

Beispiel:

Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat eine zufällig ausgewählte Schraube mindestens die Länge 4,65 mm, wenn gilt: m =5 mm, s =0,21 mm

Mit der Gegenwahrscheinlichkeit ausrechnen:

Eingabe: 1 -cnorm(4,65|5|0,21)

Ausgabe: 0,95221

Mit 95 % iger Sicherheit ist die Schraube mindestens 4,65 lang.

Winkelfunktionen

Winkeleinstellung [Alt w]

Kennung: sin(), cos(), tan(), asin(), acos(), atan()

Beispiel: (Winkeleinstellung "RAD")

Eingabe: $(\sin(\pi/2))^2 + (\cos(\pi/2))^2$

Ausgabe: 1

Winkeleinstellung "DEG"

Eingabe: $(\sin(45))^2 + (\cos(45))^2$

Ausgabe: 1

Beispiel: (Winkeleinstellung "RAD")

Eingabe: asin(4/5)

Ausgabe: 0,927295218

Um die Ausgabe auf "DEG" zu ändern [Alt w] bis zur gewünschten Einstellung und dann nochmals [Enter]

Winkeleinstellung "DEG"

Eingabe: asin(4/5)

Ausgabe: 53,13010235

Konvertierung des Winkels (DEG, RAD)

Angabe der verwendeten Einheit. Es wird dann automatisch in die voreingestellte Einheit umgewandelt.



Graphiken erstellen

Das Graphikfenster wird mit [F2] geöffnet.

Die Einstellungen für die Darstellungen können vor oder nach dem Erstellen der Graphik angepasst werden. (Alt.....)

Einzelne Funktionen zeichnen ([F2])

2 Möglichkeiten:

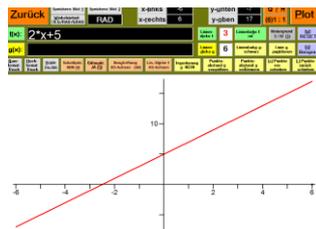
Mit [F2] ins Graphikfenster wechseln und dort bei f(x) oder g(x) den Term eingeben.
[Enter]

Den Funktionsterm oder die Funktion im Hauptfenster eingeben und mit [F2] in das Graphikfenster wechseln. Der Term erscheint bei f(x). [Enter]

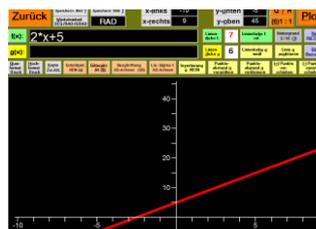
Beispiel: (Funktionsterm im Hauptfenster eingeben)

Eingabe: $2x+5$ [F2] [Enter]

Ausgabe im Graphikfenster:



Nachträglich die Einstellungen verändern ([Alt und der jeweils unterstrichene Buchstabe] oder mit [Tab] zu den verschiedenen Möglichkeiten wechseln) und [Alt p] zum Plotten drücken



Zwei Funktionen zeichnen ([F2])

2 Möglichkeiten:

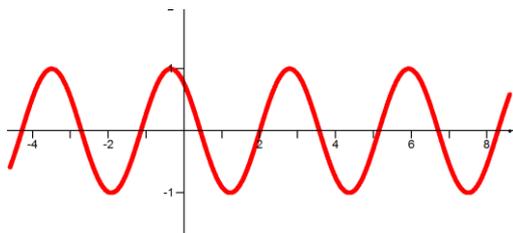
Funktion $f(x)$ im Hauptfenster eingeben und mit [F2] ins Graphikfenster wechseln
Dort nachträglich oder vor dem Plotten bei $g(x)$ den zweiten Funktionsterm eintragen.
oder

Mit [F2] ins Graphikfenster wechseln und dort beide Terme eingeben.

Beispiel:

Eingabe im Hauptfenster: $\sin(2*x-4)$ [F2]

Ausgabe im Graphikfenster:

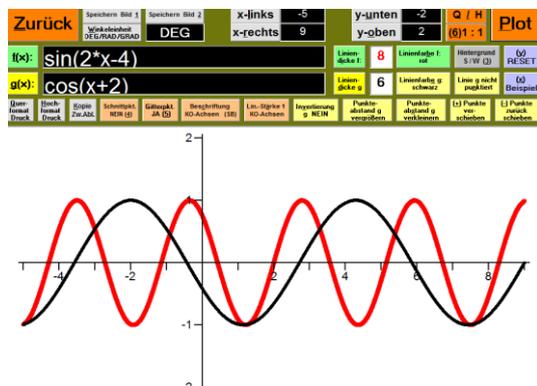


Nachträglich eine 2. Funktion hinzufügen

Im Fenster "Funktionsgraph" mit [Alt g] in die Zeile der Funktion $g(x)$ wechseln und die gewünschte Funktion und Darstellungsweise eingeben.

Beispiel:

Der Funktion $f(x) = \sin(2*x-4)$ wird die Funktion $g(x) = \cos(x+2)$ hinzugefügt



Schnittpunkte zweier Funktionen zeichnen und berechnen [F2]

Einstellung: Schnittpunkte ja/nein [Alt 4]; Schnittpunkte werden berechnet und eingeblendet; die Eingabezeile für f(x) wird dabei überdeckt.

Die beiden Funktionsterme im Graphikfenster eingeben.

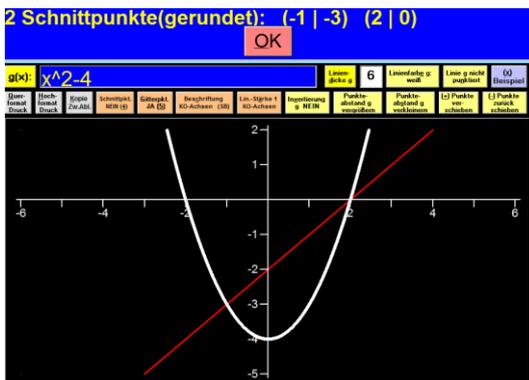
Beispiel:

Eingabe im Graphikfenster:

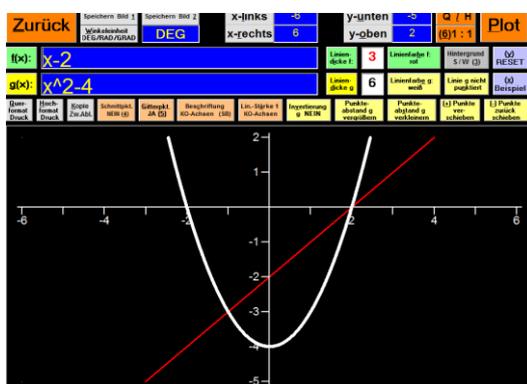
$$f(x) \ x - 2$$

$$g(x) \ x^2 - 4$$

Ausgabe im Graphikfenster:



[Enter] blendet die Information zu den Schnittpunkten aus:



Punkte zeichnen (P x y....)

Kennung im Hauptfenster: P x y x y x y ...

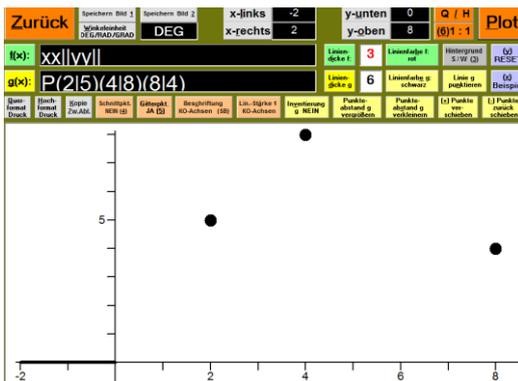
Nach dem x bzw y jeweils die Koordinaten eingeben.

Kennung im Graphikfenster bei g(x) P(|)(|)(|)...

Beispiel:

A(2|5), B(4|8), C (8|4)

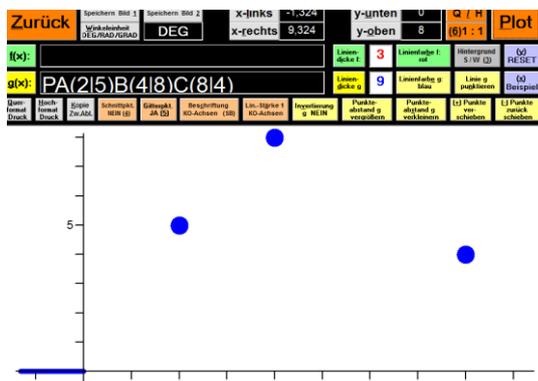
Eingabe im Hauptfenster: Px2y5x4y8x8y4 2 mal [Enter]



Die Einstellungen können nun geändert werden. Die geänderte Darstellung erscheint mit [Enter] oder [Alt p].

Die Punkte können bei Eingabe im Graphikfenster bei g(x) auch benannt werden, werden aber auf der Graphik nicht beschriftet.

Eingabe bei g(x): P A(2|5)B(4|8)C (8|4)



Streckenzug mit Punkten (G (|)(|)...))

Kennung im Graphikfenster bei g(x): G(|)(|)(|)

In einem Schritt:

Mit [F2] ind das Graphikfenster, bei g(x) nach einem G die Punkte angeben

In 2 Schritten:

Angabe der Punkte im Hauptfenster Pxyxyxy....

Im Fenster "Funktionsgraph" in g(x) das P durch ein G ersetzen.

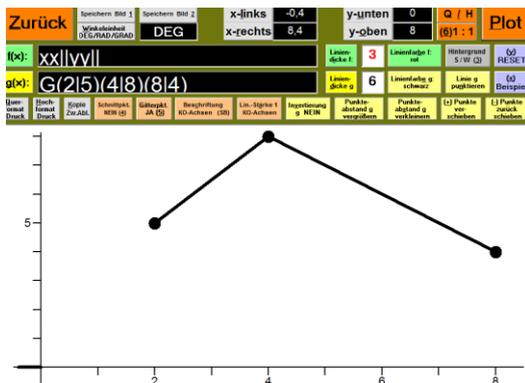
Beispiel:

Die zu verbindenden Punkte sind: A(2|5), B(4|8), C (8|4)

Eingabe: Px2y5x4y8x8y4 [Enter]

Ausgabe im Fenster "Funktionsgraph": g(x)| P(2|5)(4|8)(8|4)

Ändern in: g(x)| G(2|5)(4|8)(8|4) [Enter]



Streckenzug ohne Punkte (O(|)(|)...)

In einem Schritt:

Mit [F2] ind das Graphikfenster, bei g(x) nach dem O die Punkte angeben

In 2 Schritten:

Angabe der Punkte im Hauptfenster Pxyxyxy....

Im Fenster "Funktionsgraph" in g(x) das P durch ein O ersetzen.

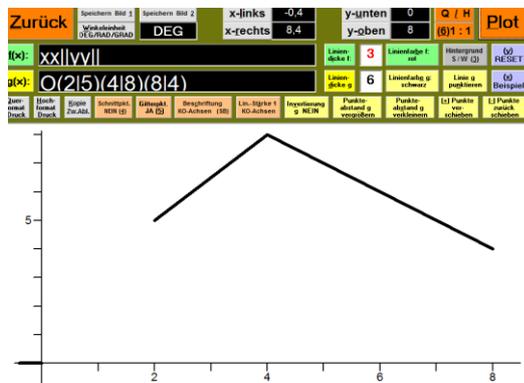
Beispiel:

Streckenzug von A nach B, von B nach C: A(2|5) B(4|8) C(8|4)

Eingabe: Px2y5x4y8x8y4 [Enter]

Ausgabe im Fenster "Funktionsgraph": g(x)| P(2|5)(4|8)(8|4)

Ändern in: g(x)| O(2|5)(4|8)(8|4) [Enter]



Ausgleichsgerade (Axyxy...)

Eingabe der Koordinaten unbedingt im Hauptfenster!

Kennung: Axyxy...

Beispiel:

Eingabe im Hauptfenster: Ax2y5x4y8x8y4 [Enter]

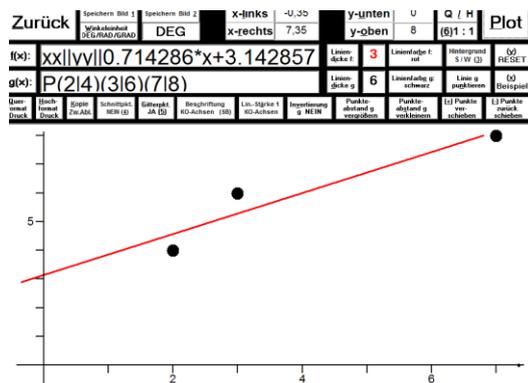
Ausgabe in einem Textfenster:

Ausgleichsgerade: $y = 0,714286 \cdot x + 3,142857$ Korrelationskoeffizient: 0,944911

Ausgabe im Graphikfenster:

bei f(x): Die Korrelationsgerade

bei g(x): die angegebenen Punkte



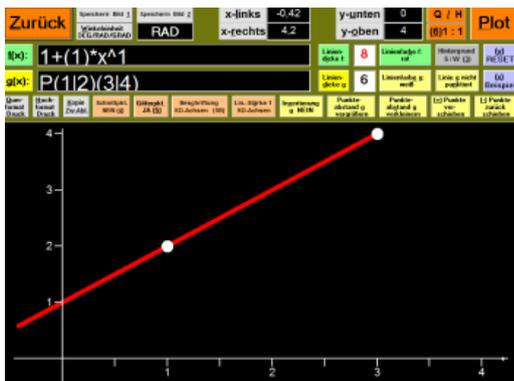
Durch Polynominterpolation erstellte Funktion (POLY P x y x y)

Beispiel:

Gerade durch die Punkte (1|2) und (3|4)

Eingabe im Hauptfenster: POLY P x1y2x3y4 [Enter]

Ausgabe im Graphikfenster:



Beispiel:

Quadratische Funktion durch die Punkte (1|2)(3|4)(2|4)

Eingabe im Hauptfenster:

Ausgabe im Graphikfenster:

