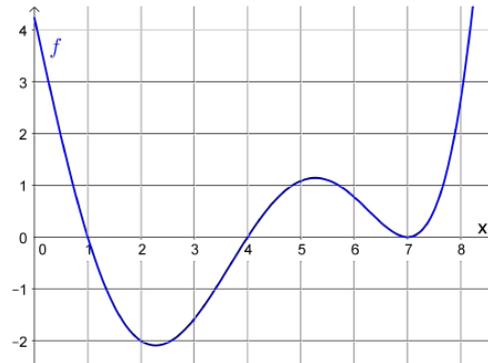


Teil 1 Aufgaben: Analysis

Integralrechnung

11. Stammfunktion

Der Graph einer Funktion f ist dargestellt.

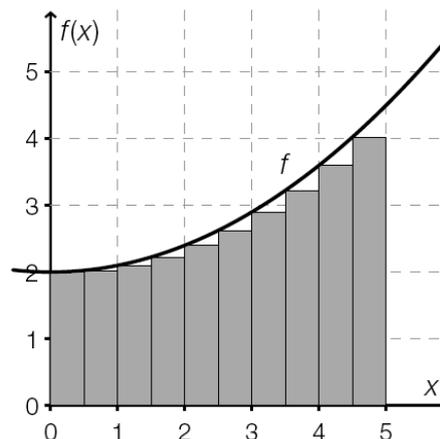


Gesucht ist der Funktionsgraph jener Funktion F , die $F'(x) = f(x)$ und $F(0) = 1$ erfüllt.

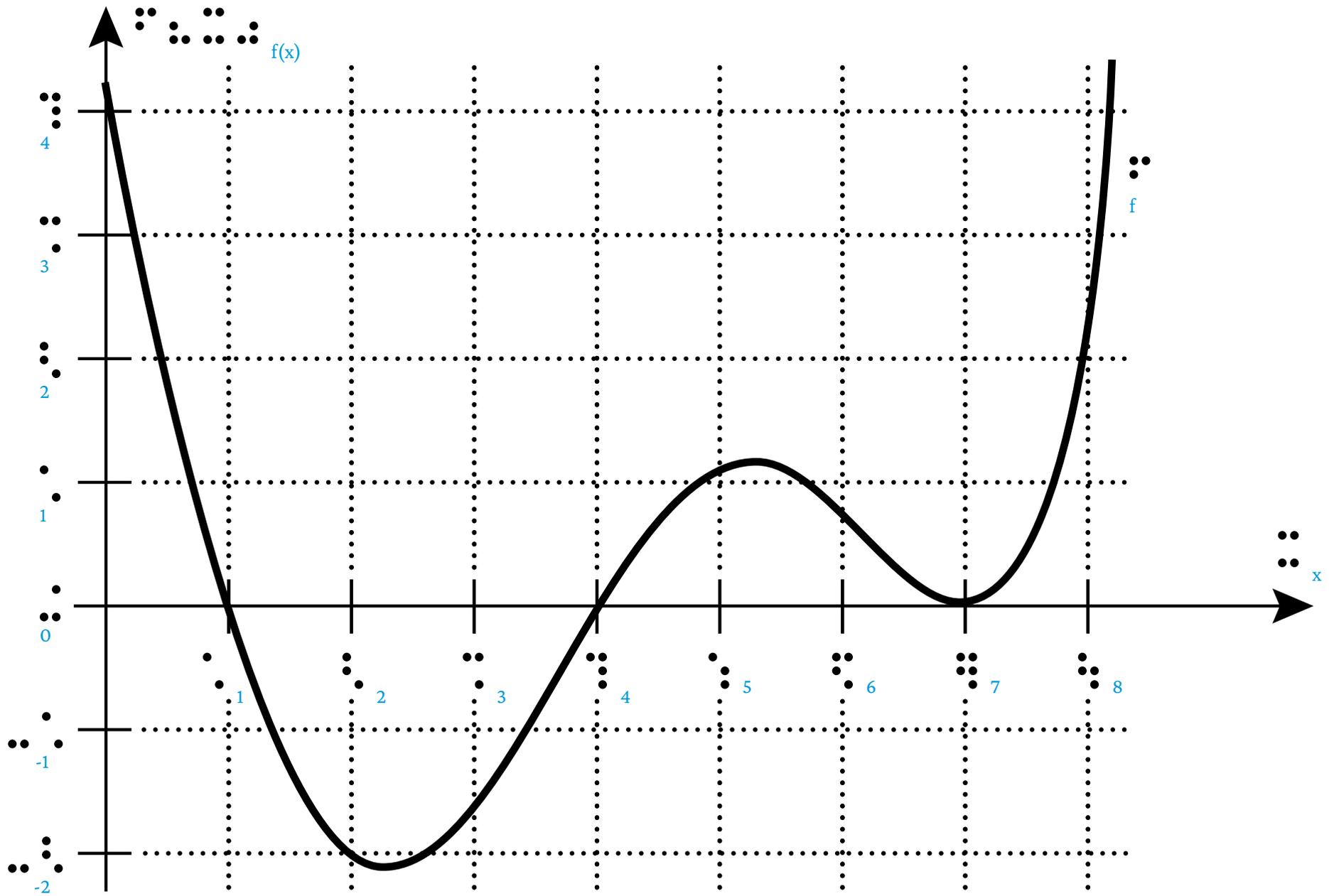
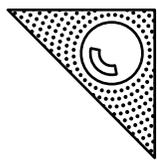
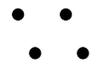
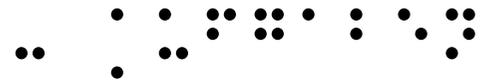
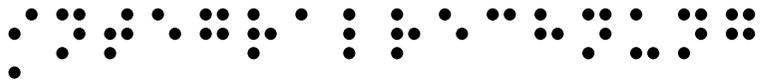
- In welchen Bereichen steigt die Funktion F , in welchen fällt sie? An welchen Stellen hat F eine waagrechte Tangente? Handelt es sich jeweils um einen lokalen Hochpunkt/Tiefpunkt oder Sattelpunkt?
- Wo ändert die Funktion F ihr Krümmungsverhalten?
- Skizziere den Funktionsgraphen von F .

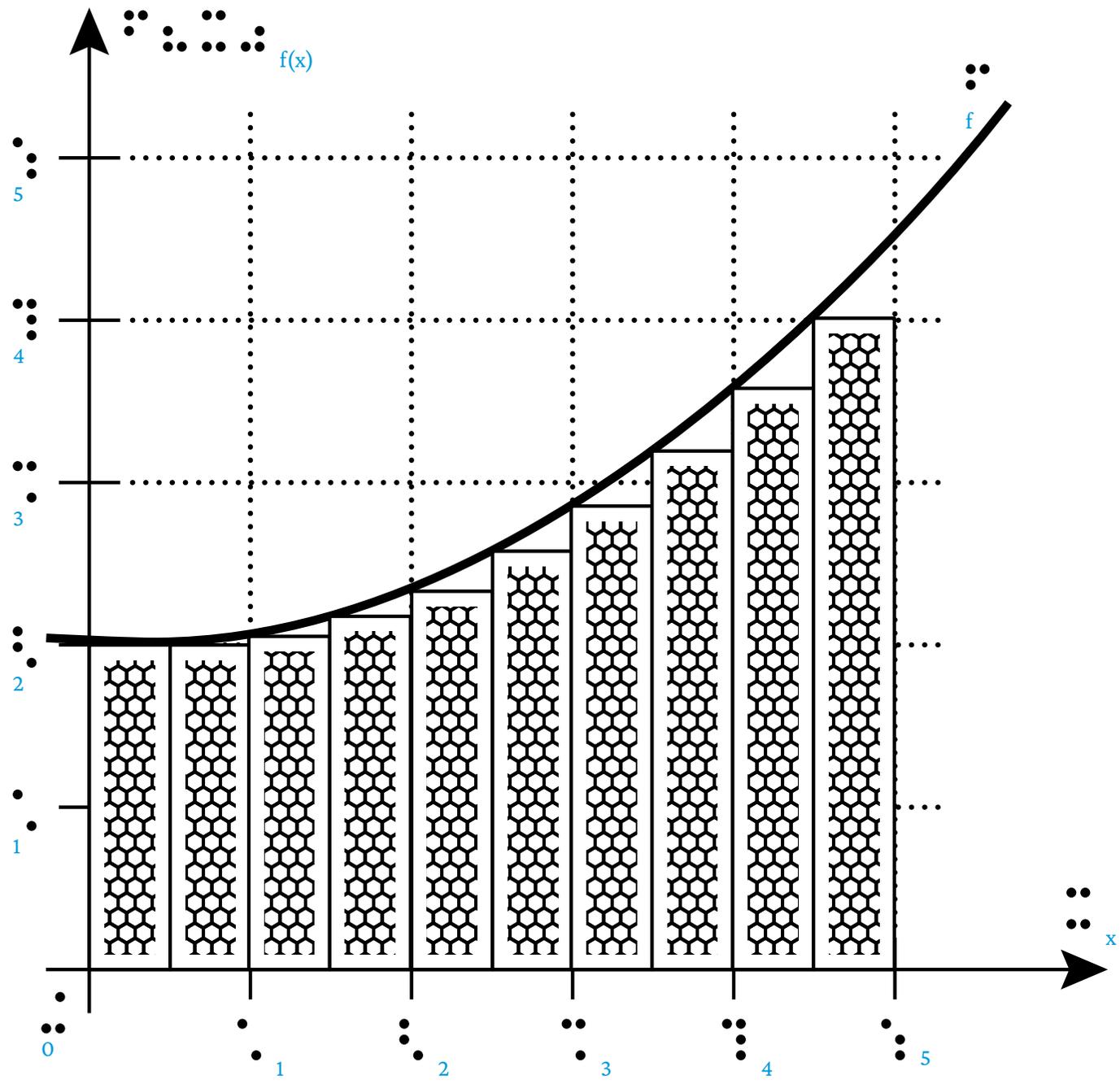
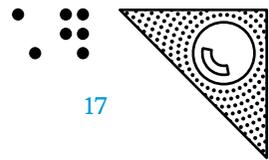
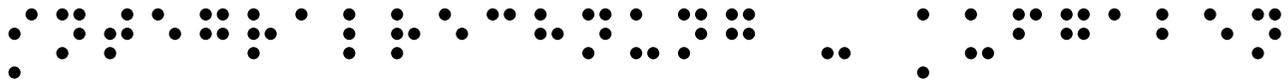
17. Bestimmtes Integral

In der nachstehenden Abbildung sind der Graph einer Polynomfunktion f sowie ein aus 10 gleich breiten Rechtecken bestehendes, grau gefärbtes Flächenstück dargestellt. Der Flächeninhalt dieses Flächenstücks wird mit A bezeichnet.



Kreuze die beiden für die gegebene Abbildung zutreffenden Aussagen an!

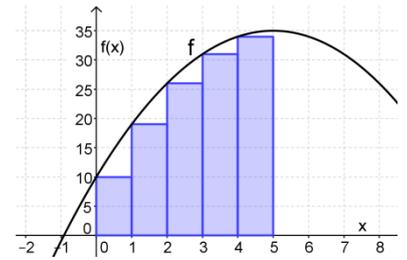




18. Inhalt einer Fläche

Die nebenstehende Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f und eine aus fünf Rechteckstreifen bestehende Fläche. Der Inhalt dieser Fläche wird mit A bezeichnet.

Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!



19. Untersumme und Obersumme

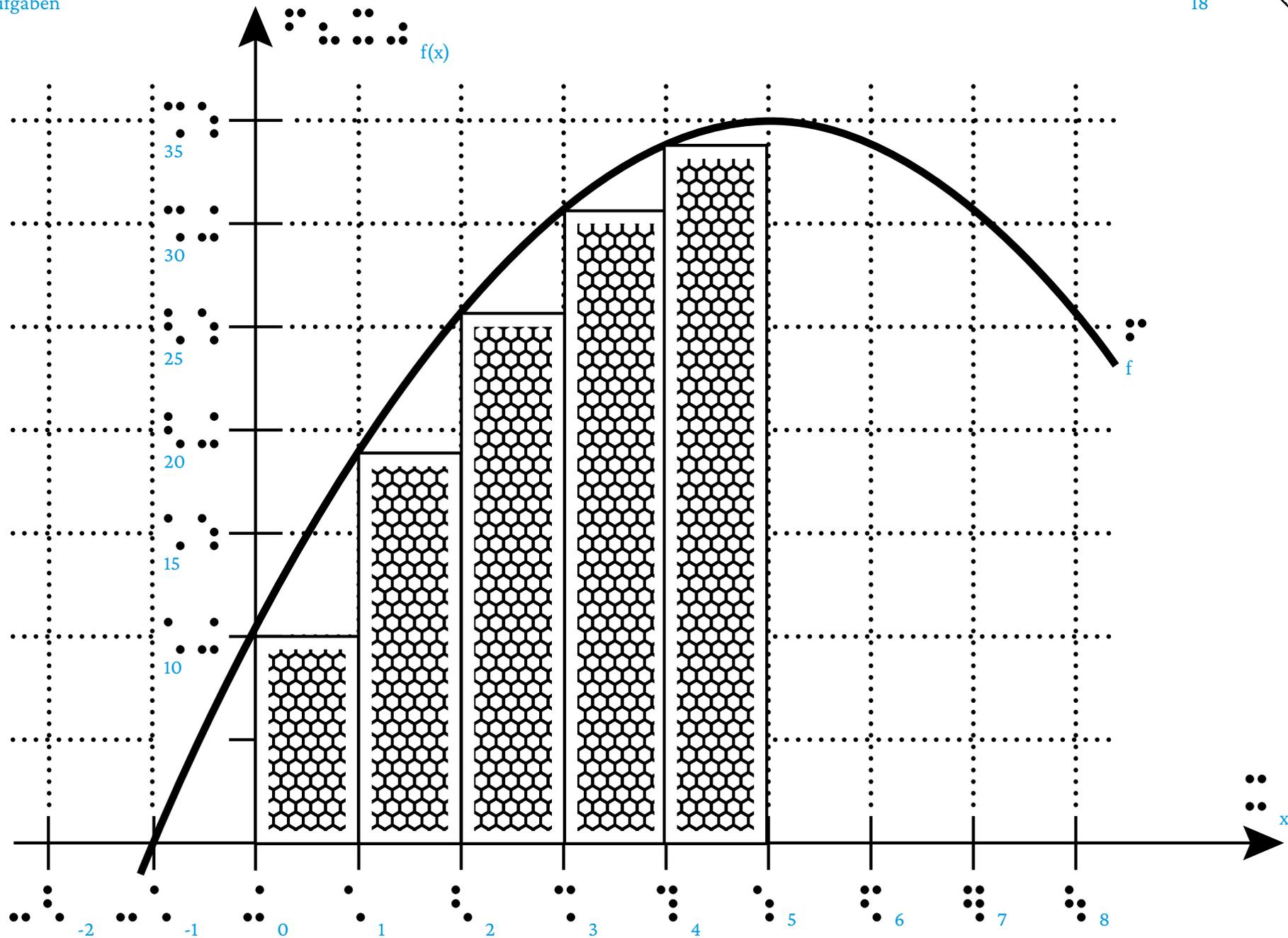
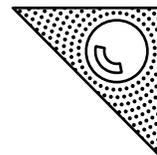
In den nachstehenden Abbildungen sind jeweils der Graph einer Funktion f sowie eine Untersumme U (=Summe der Flächeninhalte der dunkel markierten, gleich breiten Rechtecke) und eine Obersumme O (=Summe der Flächeninhalte der dunkel und hell markierten, gleich breiten Rechtecke) im Intervall $[-a; a]$ dargestellt.

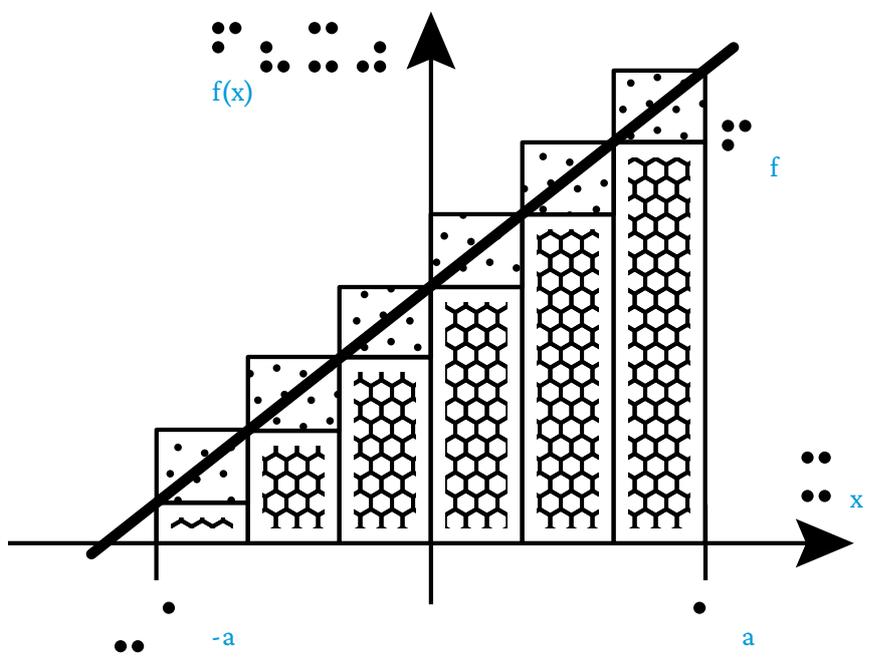
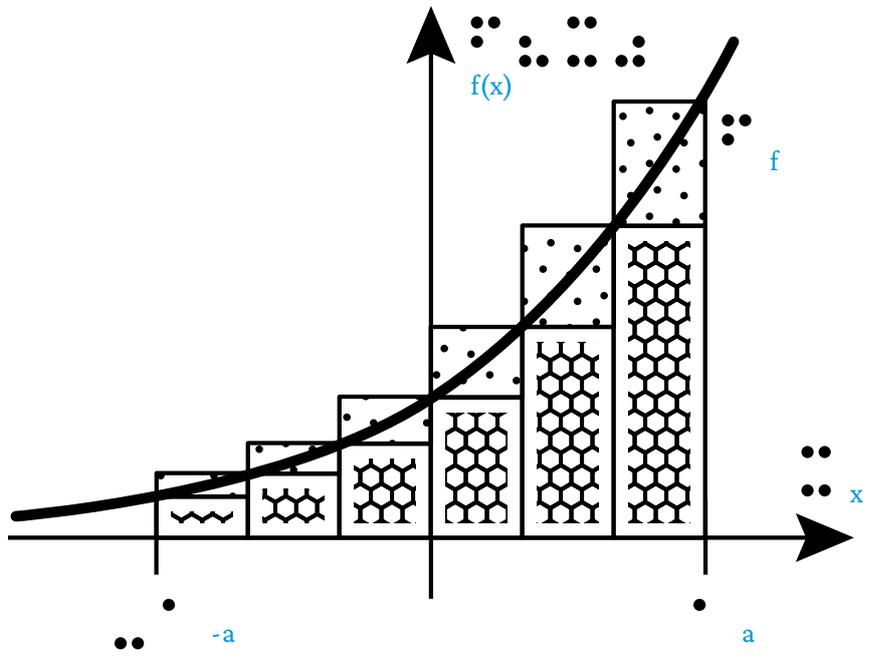
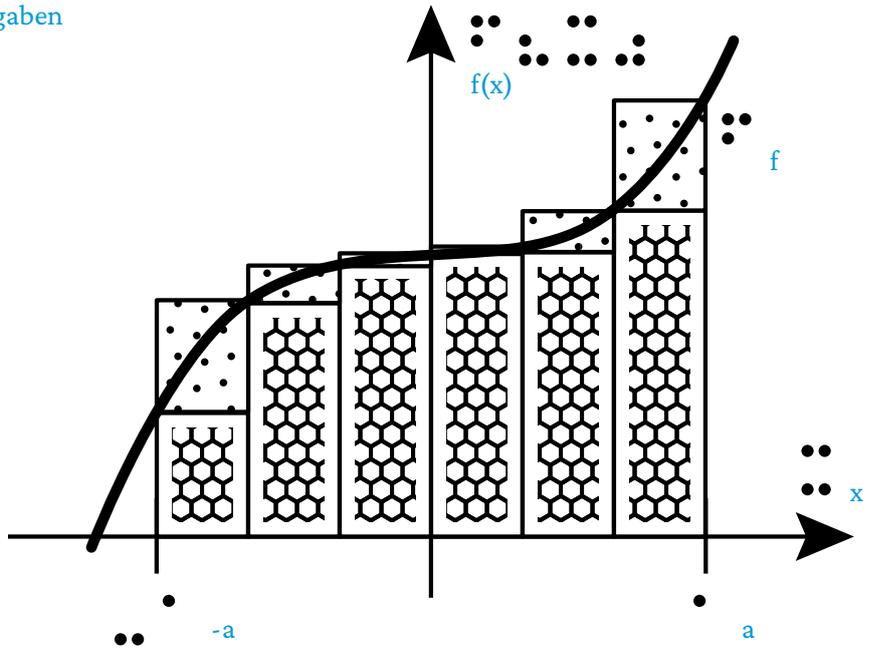
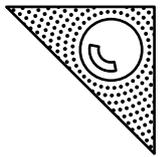
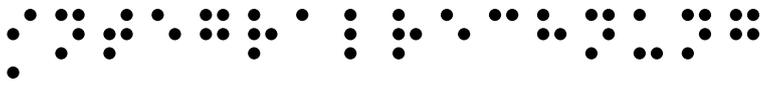
Für zwei Funktionen, deren Graph nachstehend abgebildet ist, gilt bei konstanter Rechteckbreite im Intervall $[-a; a]$ die Beziehung $\int_{-a}^a f(x) dx = \frac{O+U}{2}$.

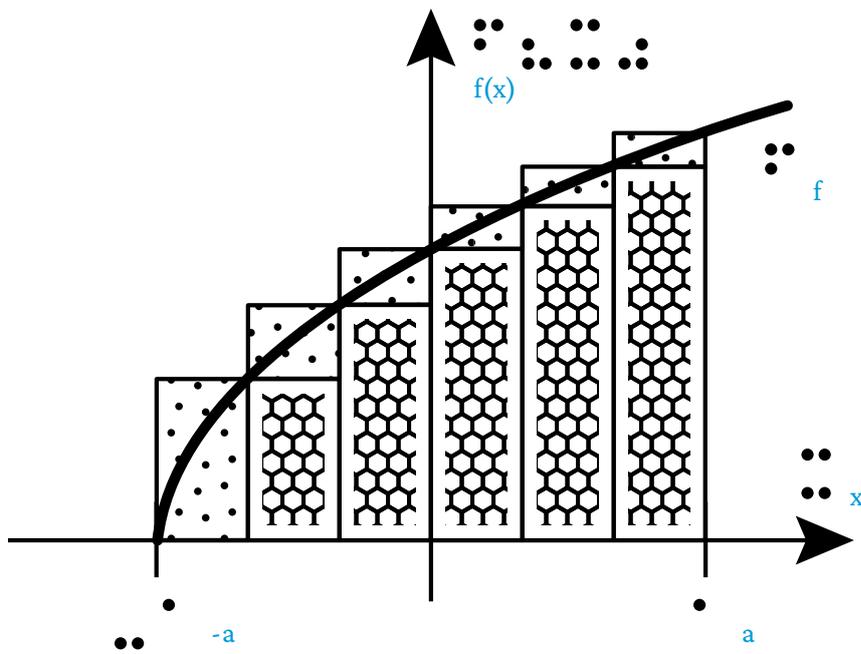
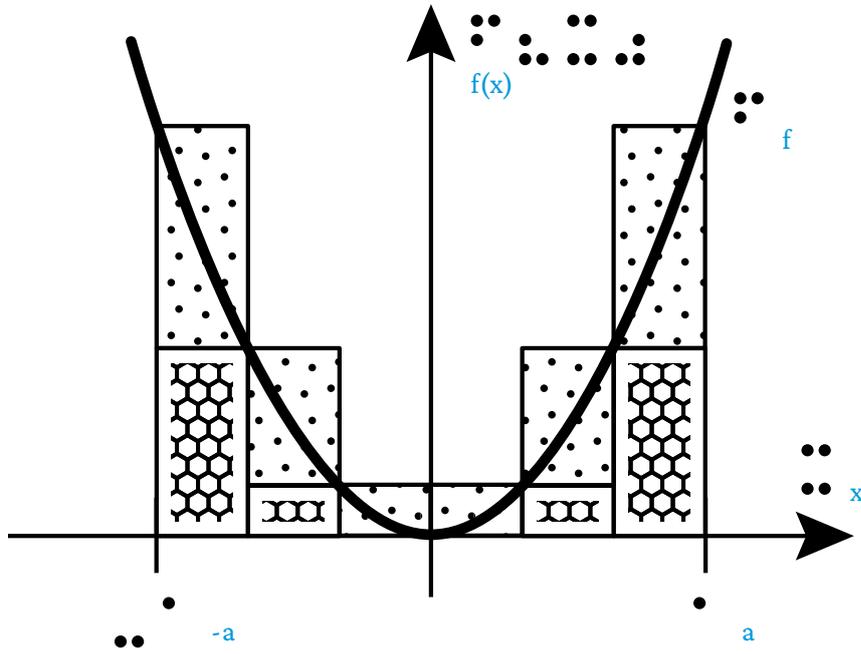
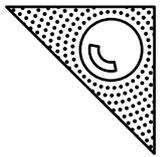
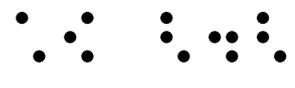
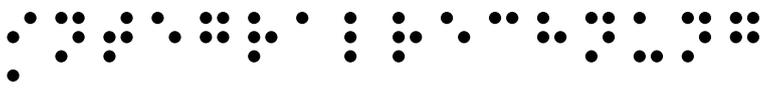
Kreuze die beiden Abbildungen an, bei denen die gegebene Beziehung erfüllt ist.

	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>

	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>

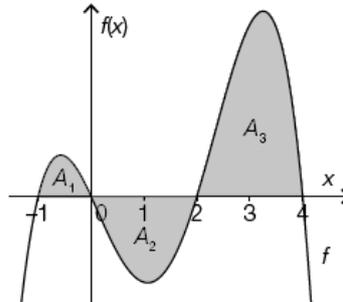






27. Bestimmte Integrale

Nachstehend ist der Graph einer Polynomfunktion f mit den Nullstellen $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 2$ und $x_4 = 4$ dargestellt. Für die mit A_1, A_2 und A_3 gekennzeichneten Flächeninhalte gilt: $A_1 = 0,4$, $A_2 = 1,5$ und $A_3 = 3,2$.

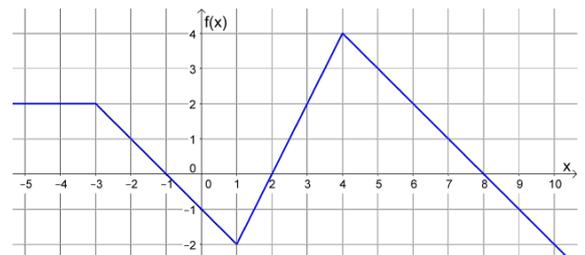


Kreuze die beiden Gleichungen an, die wahre Aussagen sind.

28. Bestimmtes Integral

Der Graph einer stückweise linearen Funktion f ist dargestellt. Ermittle die angegebenen bestimmten Integrale.

- $\int_2^8 f(x) dx =$
- $\int_{-5}^{-1} f(x) dx =$
- $\int_{-1}^2 f(x) dx =$
- $\int_{-1}^4 f(x) dx =$

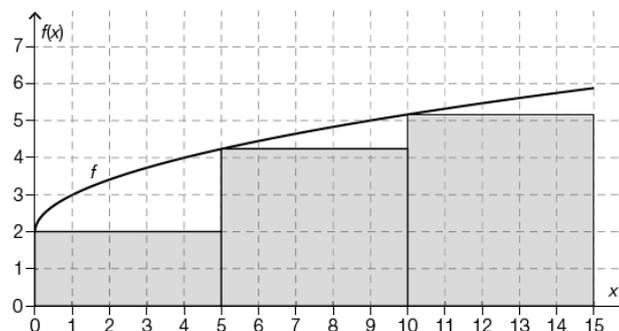


31. Fläche zwischen Graph und x – Achse

Gegeben ist eine Potenzfunktion f . Der Inhalt A derjenigen Fläche, die vom Graphen von f , von der x -Achse und von den beiden Geraden $x = 0$ und $x = 10$ begrenzt wird, kann durch den nachstehenden Ausdruck U näherungsweise berechnet werden.

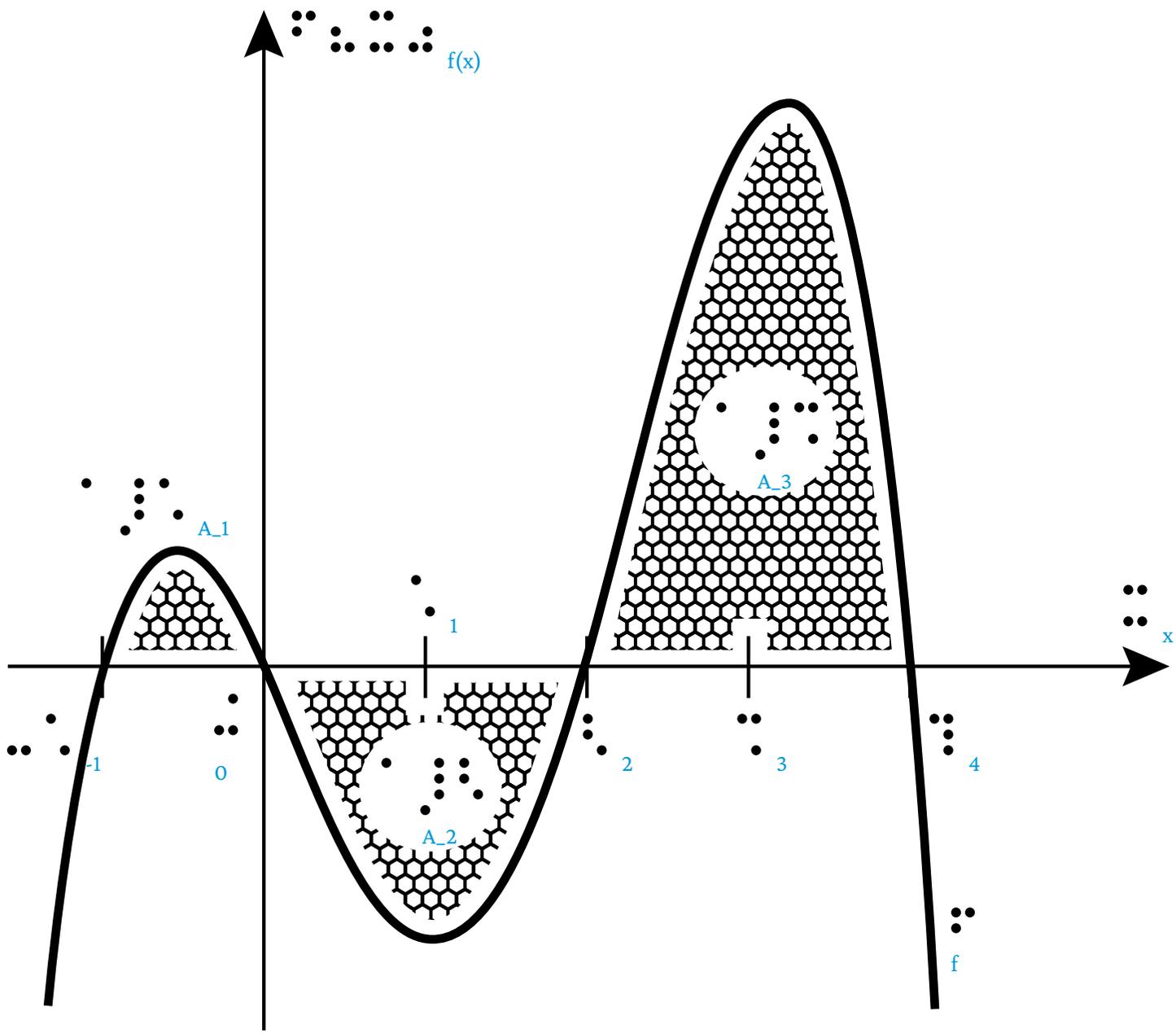
$$U = 5 \cdot f(0) + 5 \cdot f(5) + 5 \cdot f(10)$$

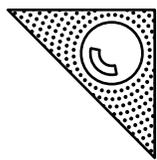
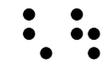
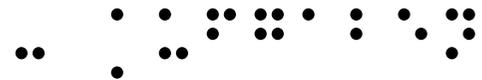
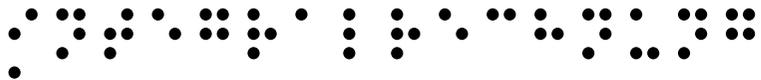
In der nachstehenden Abbildung sind der Graph von f und – grau markiert – die Fläche, deren Inhalt durch den Ausdruck U berechnet wird, dargestellt.



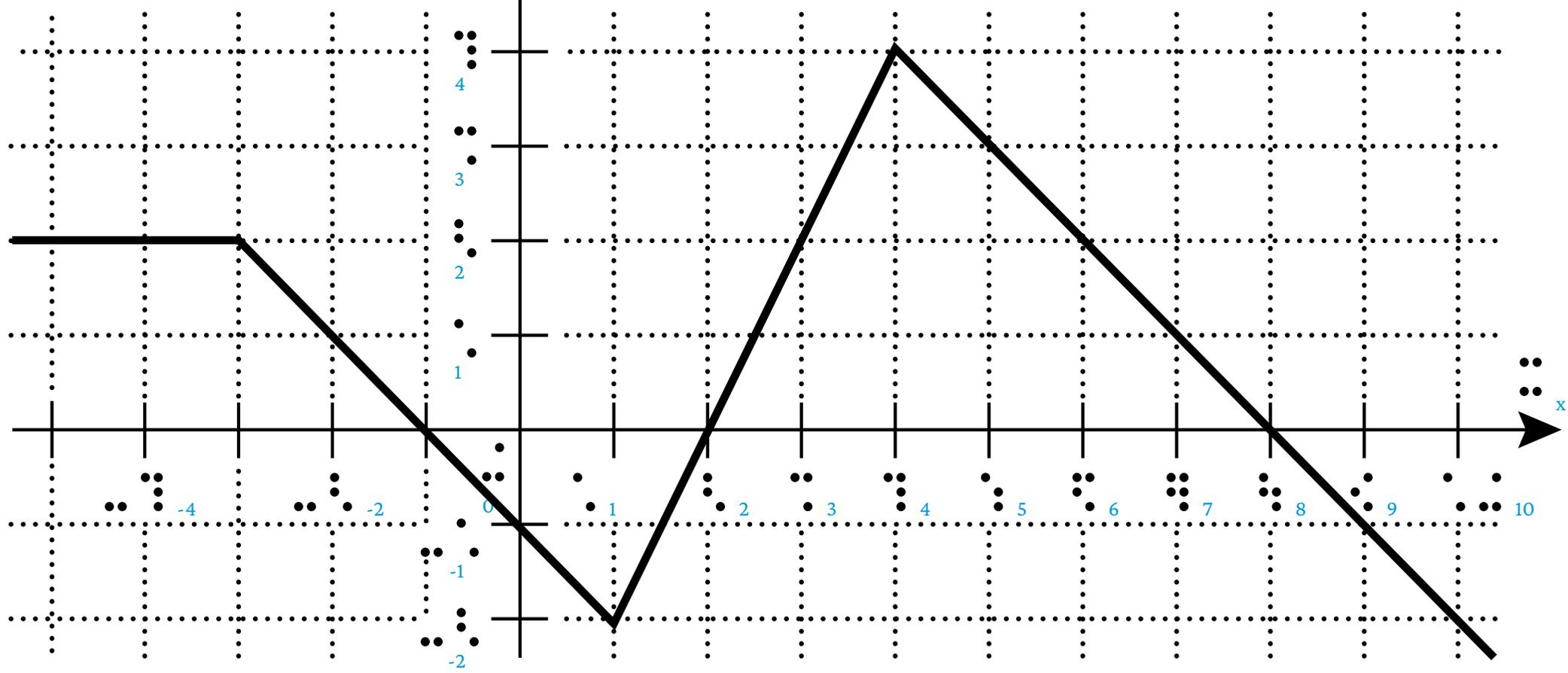
Kreuze die beiden Ausdrücke an, mit denen der Flächeninhalt A besser als mit dem Ausdruck U angenähert werden kann.

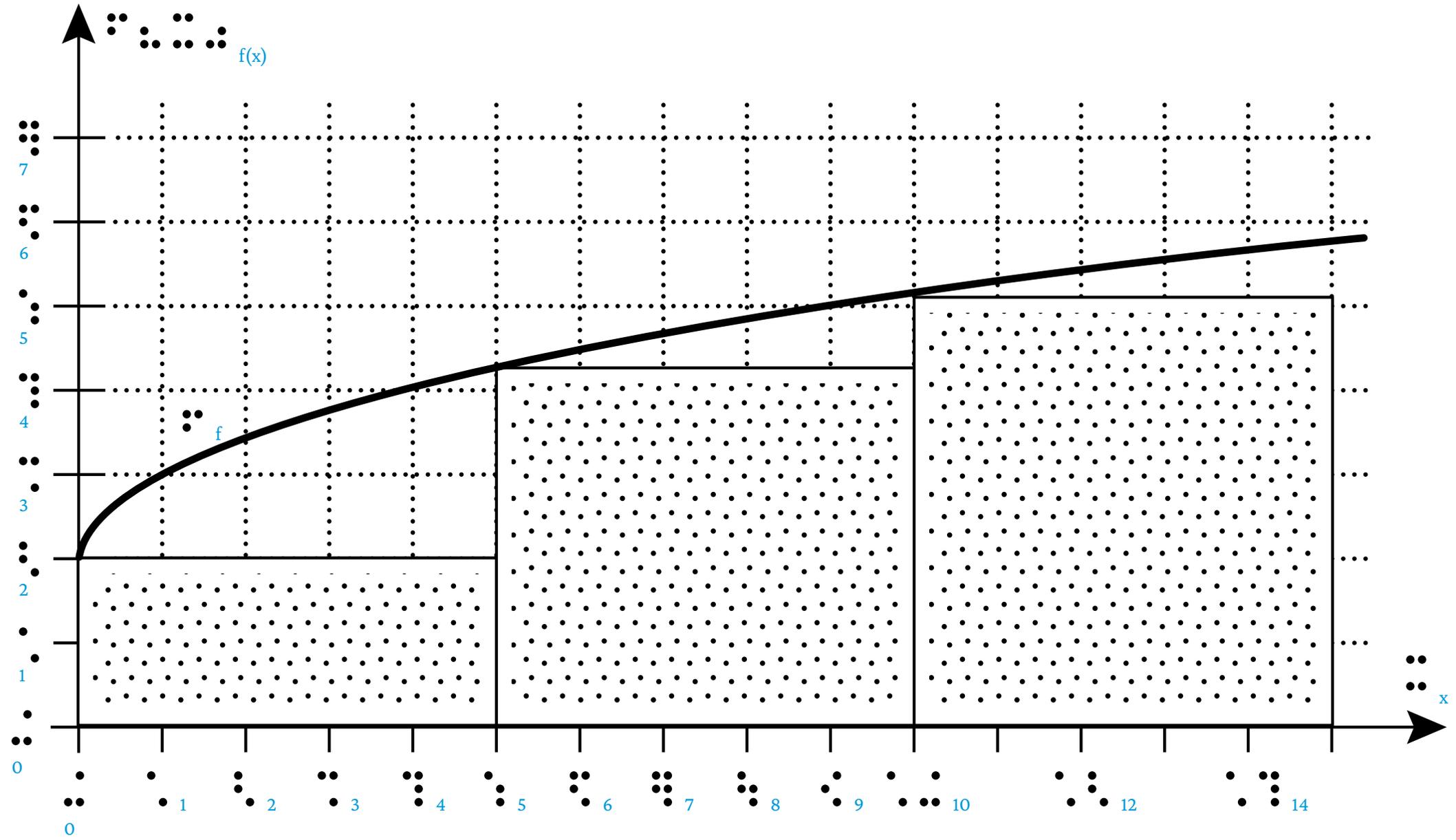
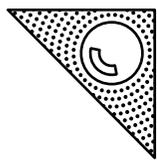
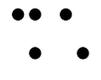
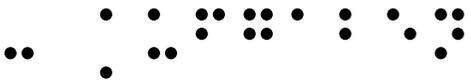
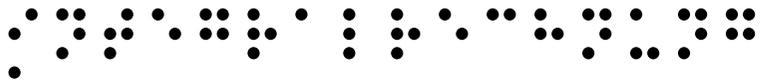
Integralrechnung - Aufgaben





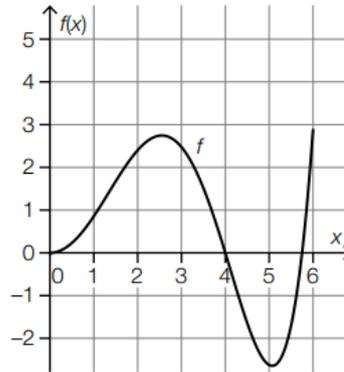
$f(x)$





33. Aussagen über bestimmte Integrale

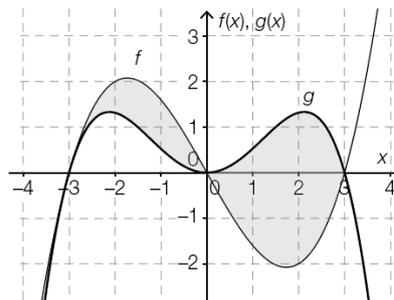
In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion f im Intervall $[0;6]$ dargestellt.



Unten stehend sind einige Aussagen über bestimmte Integrale der Funktion f gegeben. Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an. [2 aus 5]

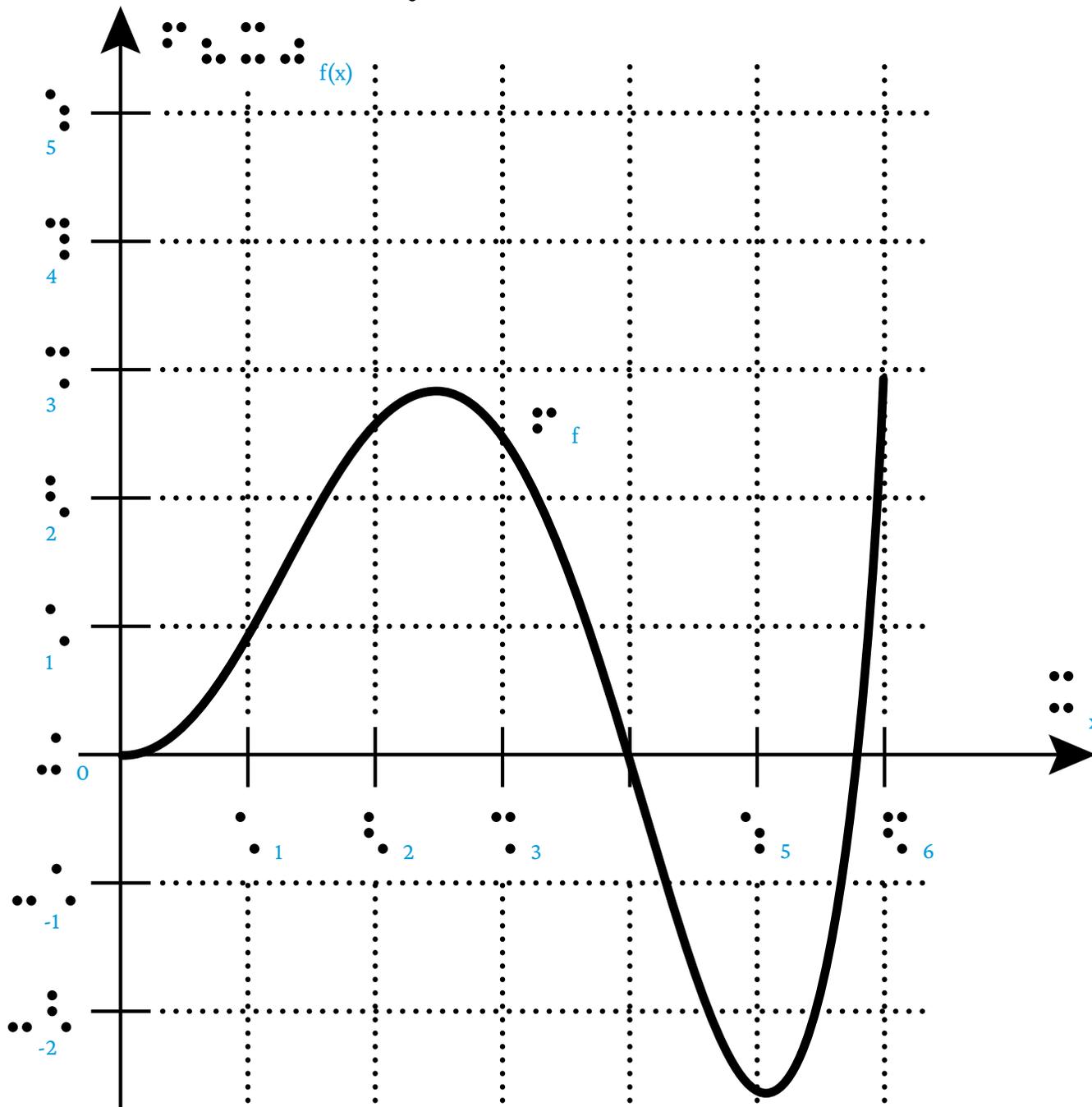
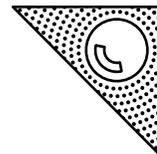
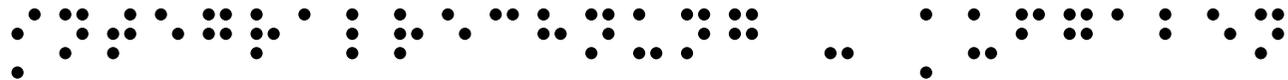
40. Flächeninhaltsberechnung

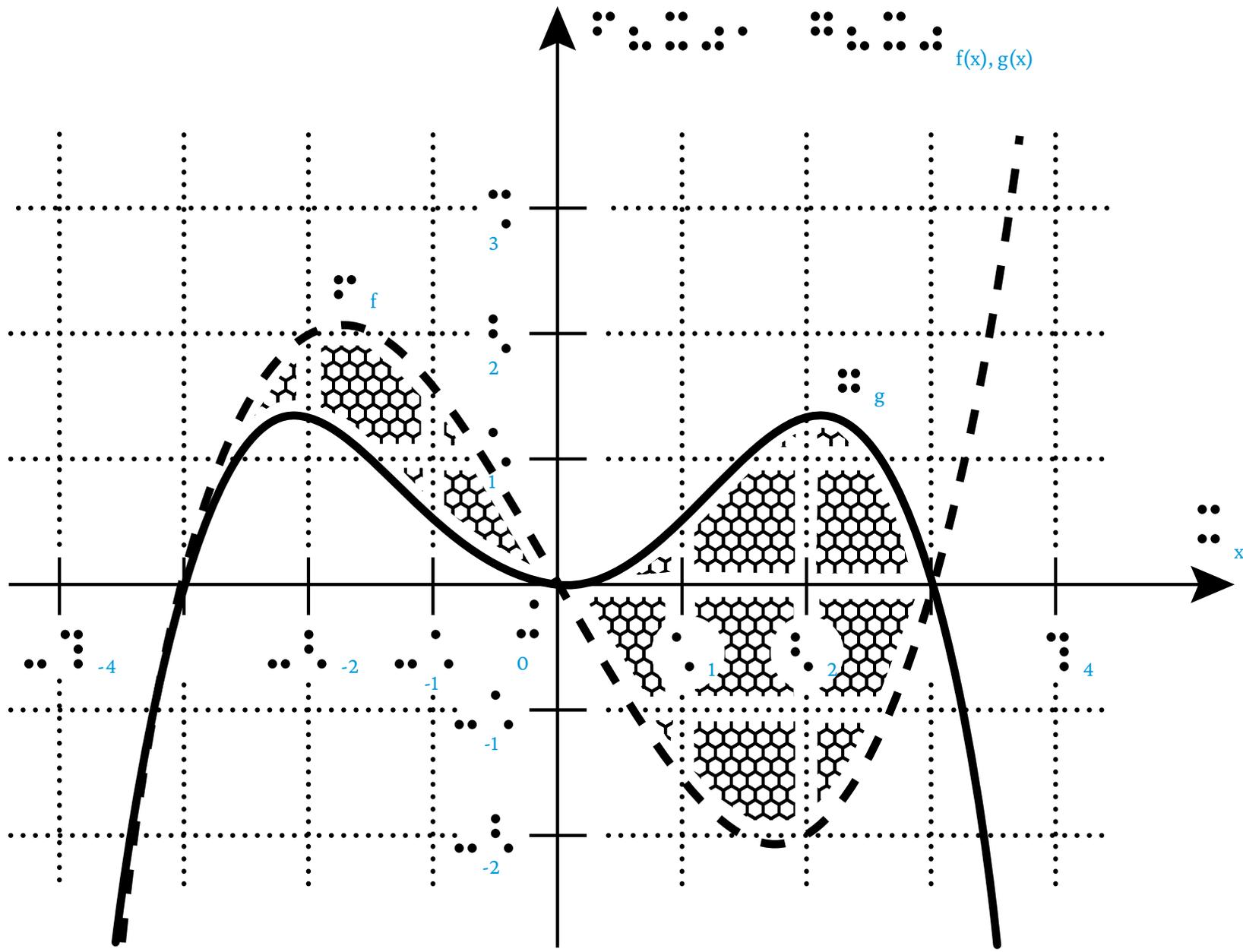
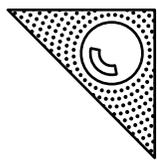
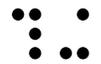
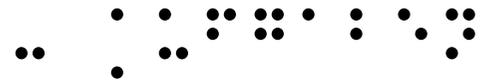
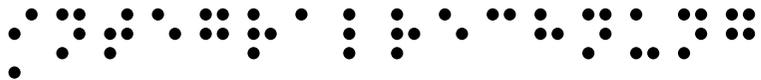
In der nachstehenden Abbildung sind die Graphen der Polynomfunktionen f und g dargestellt. Diese schneiden einander an den Stellen $-3, 0$ und 3 und begrenzen die beiden grau markierten Flächenstücke.



Welche der nachstehenden Gleichungen geben den Inhalt A der (gesamten) grau markierten Fläche an? Kreuze die beiden zutreffenden Gleichungen an!

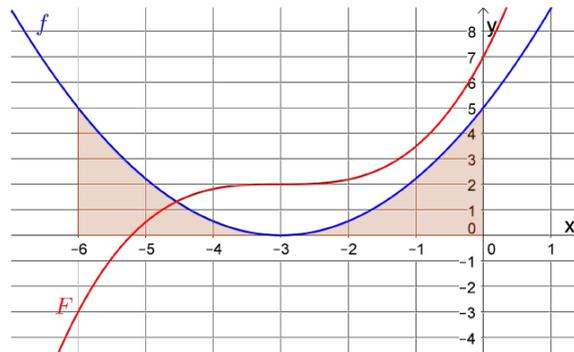
$A = \left \int_{-3}^3 (f(x) - g(x)) dx \right $	<input type="checkbox"/>
$A = 2 \cdot \int_0^3 (g(x) - f(x)) dx$	<input type="checkbox"/>
$A = \int_{-3}^0 (f(x) - g(x)) dx + \int_0^3 (g(x) - f(x)) dx$	<input type="checkbox"/>
$A = \left \int_{-3}^0 (f(x) - g(x)) dx \right + \int_0^3 (f(x) - g(x)) dx$	<input type="checkbox"/>
$A = \int_{-3}^0 (f(x) - g(x)) dx + \left \int_0^3 (f(x) - g(x)) dx \right $	<input type="checkbox"/>





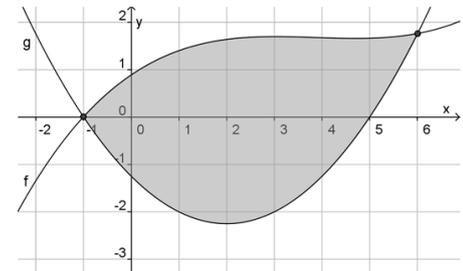
44. Flächeninhalt

Die dargestellte Funktion F ist eine Stammfunktion von f . Bestimme den markierten Flächeninhalt.

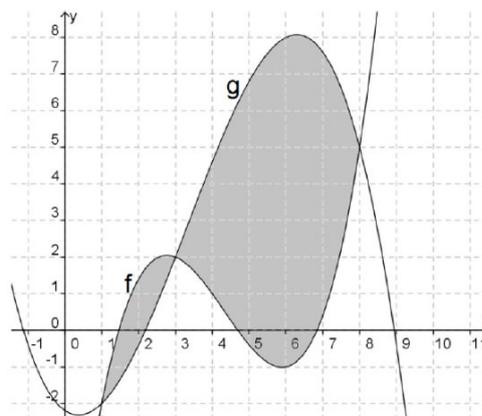
**48. Gemeinsames Flächenstück**

Die Funktionsgraphen von f und g schließen ein gemeinsames Flächenstück ein.

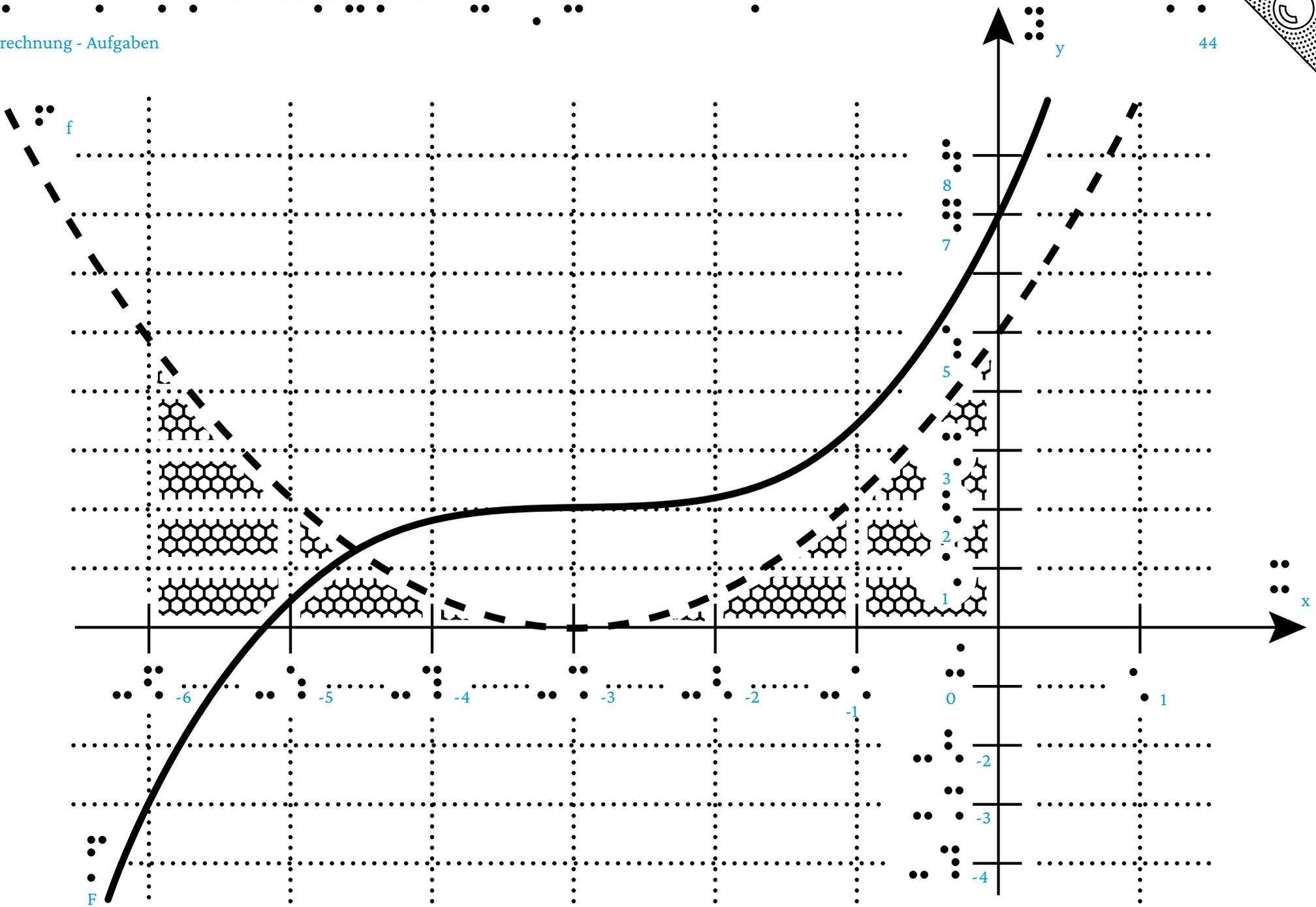
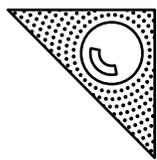
Mit welcher der nachstehenden Berechnungsvorschriften kann man den Flächeninhalt des gekennzeichneten Flächenstücks ermitteln? Kreuze die beiden zutreffenden Berechnungsvorschriften an.

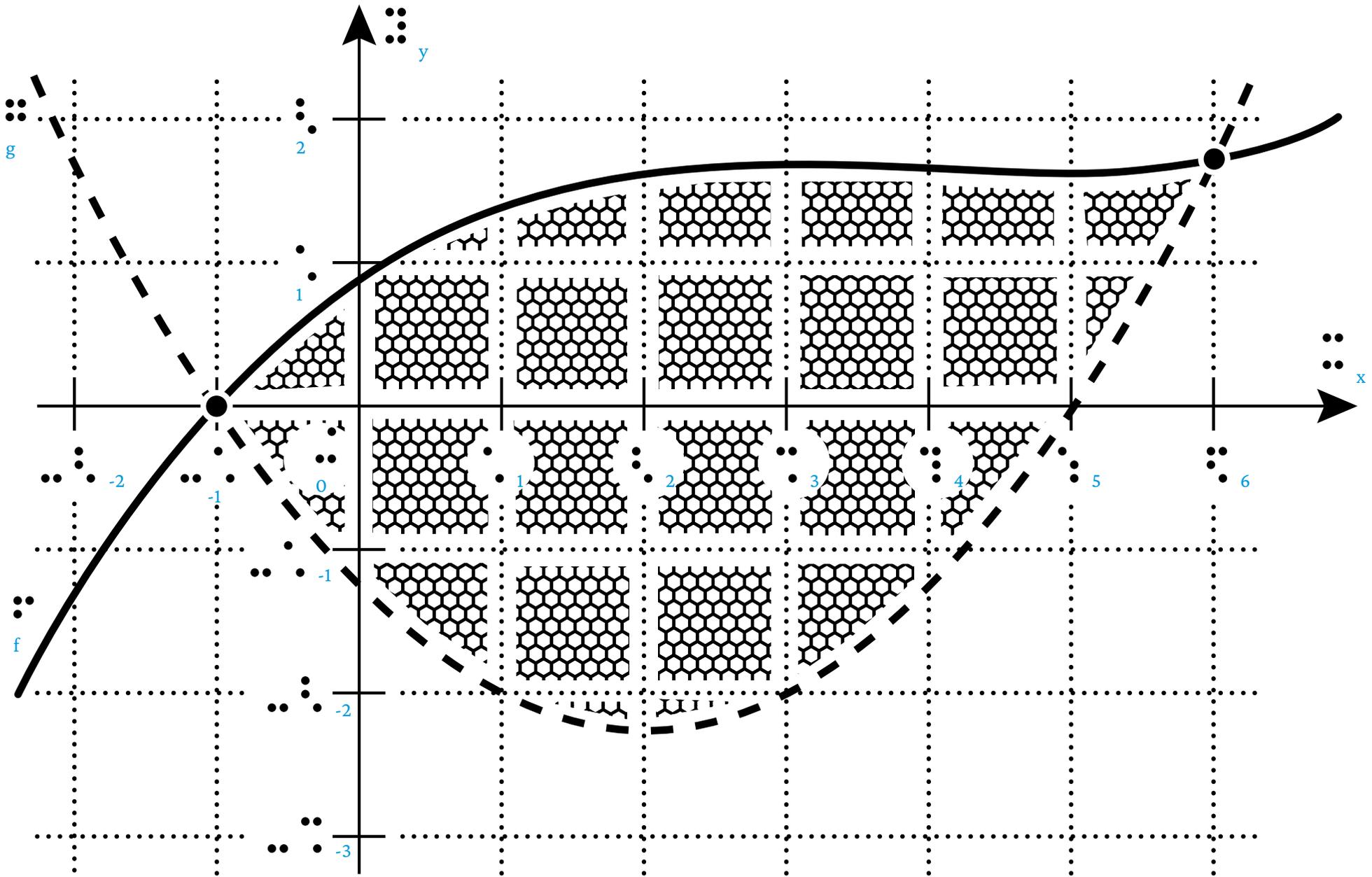
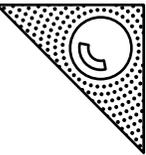
**49. Fläche zwischen zweier Funktionen**

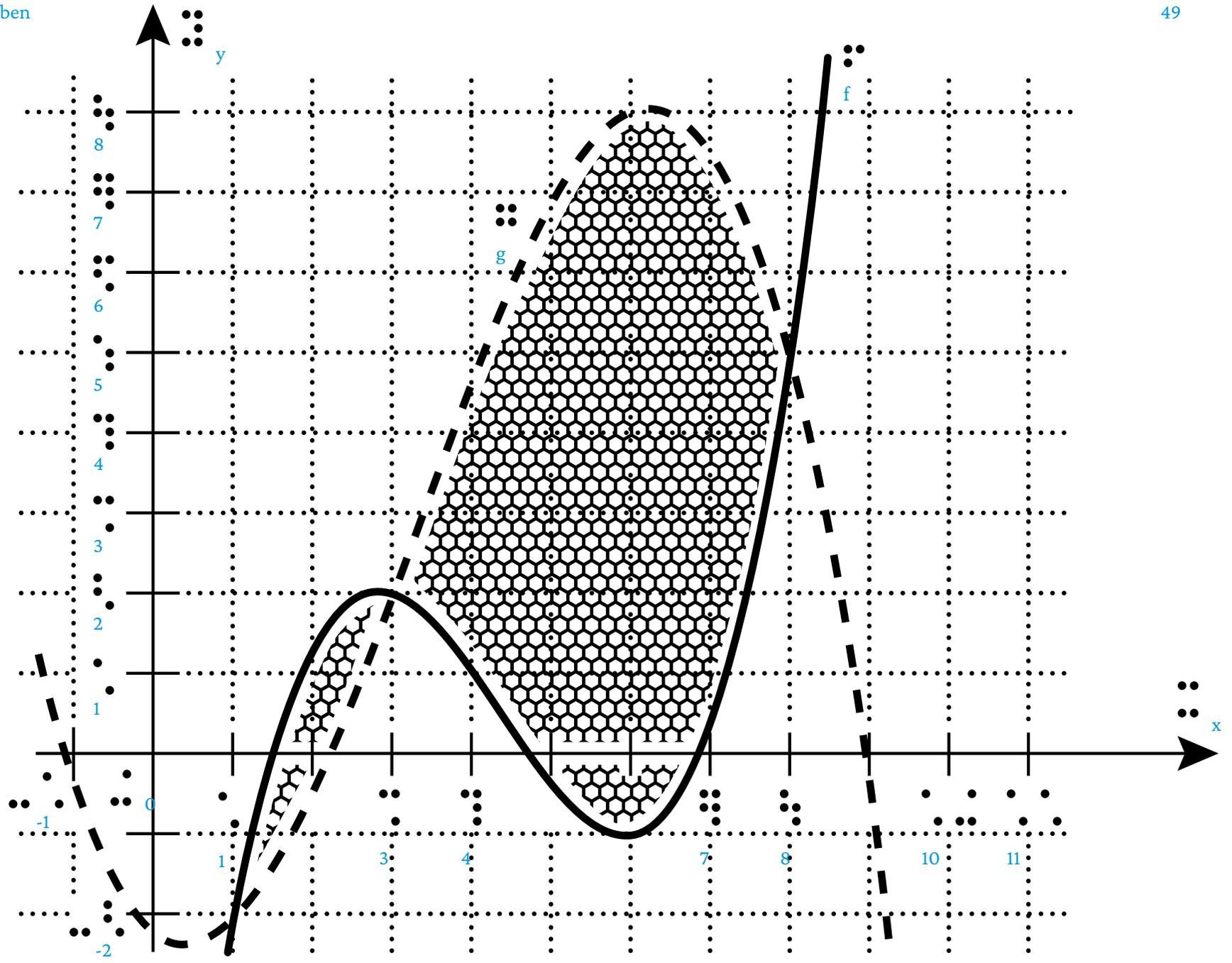
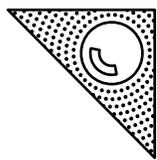
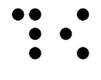
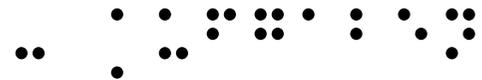
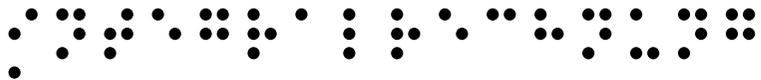
Die Summe A der Inhalte der beiden von den Graphen der Funktionen f und g eingeschlossenen Flächen soll berechnet werden.



Kreuze die zutreffende(n) Formel(n) an!



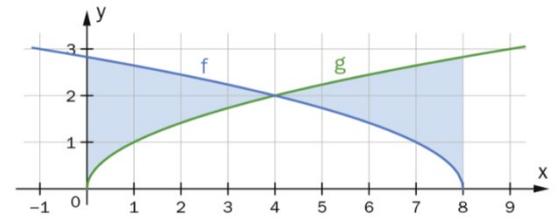




51. Schnitt zweier Funktionen

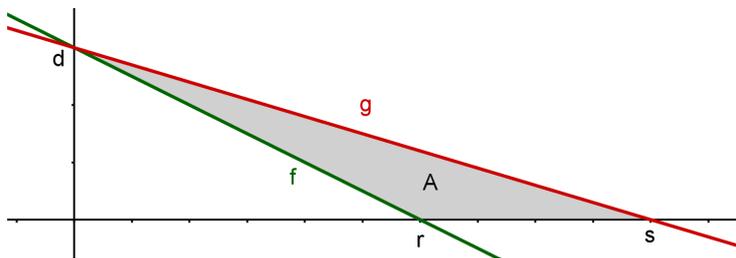
Die Abbildung zeigt den Graphen von zwei Funktionen f und g .

Gib einen mathematischen Ausdruck an, mit dem die Größe A der markierten Fläche berechnet werden kann!



52. Flächeninhalt

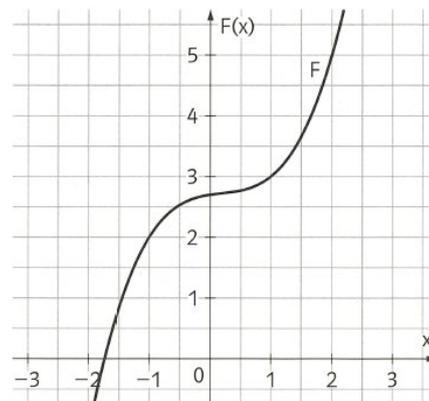
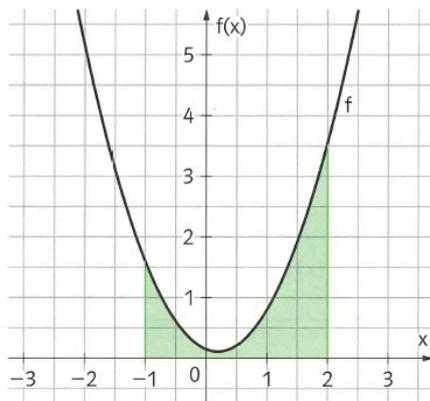
In der untenstehenden Abbildung sind die Graphen zweier linearer Funktionen f und g dargestellt. Die beiden Graphen und die x -Achse schließen miteinander ein Flächenstück der Größe A ein.



Gib einen Ausdruck an, mit dem man den Flächeninhalt der dargestellten Fläche berechnen kann!

54. Flächeninhalt

Gegeben sind der Graph einer Funktion f sowie der Graph der zugehörigen Stammfunktion F .

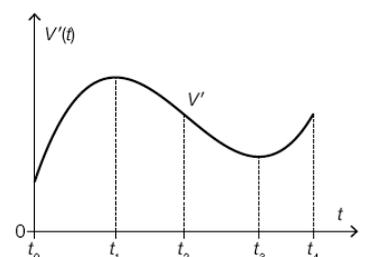


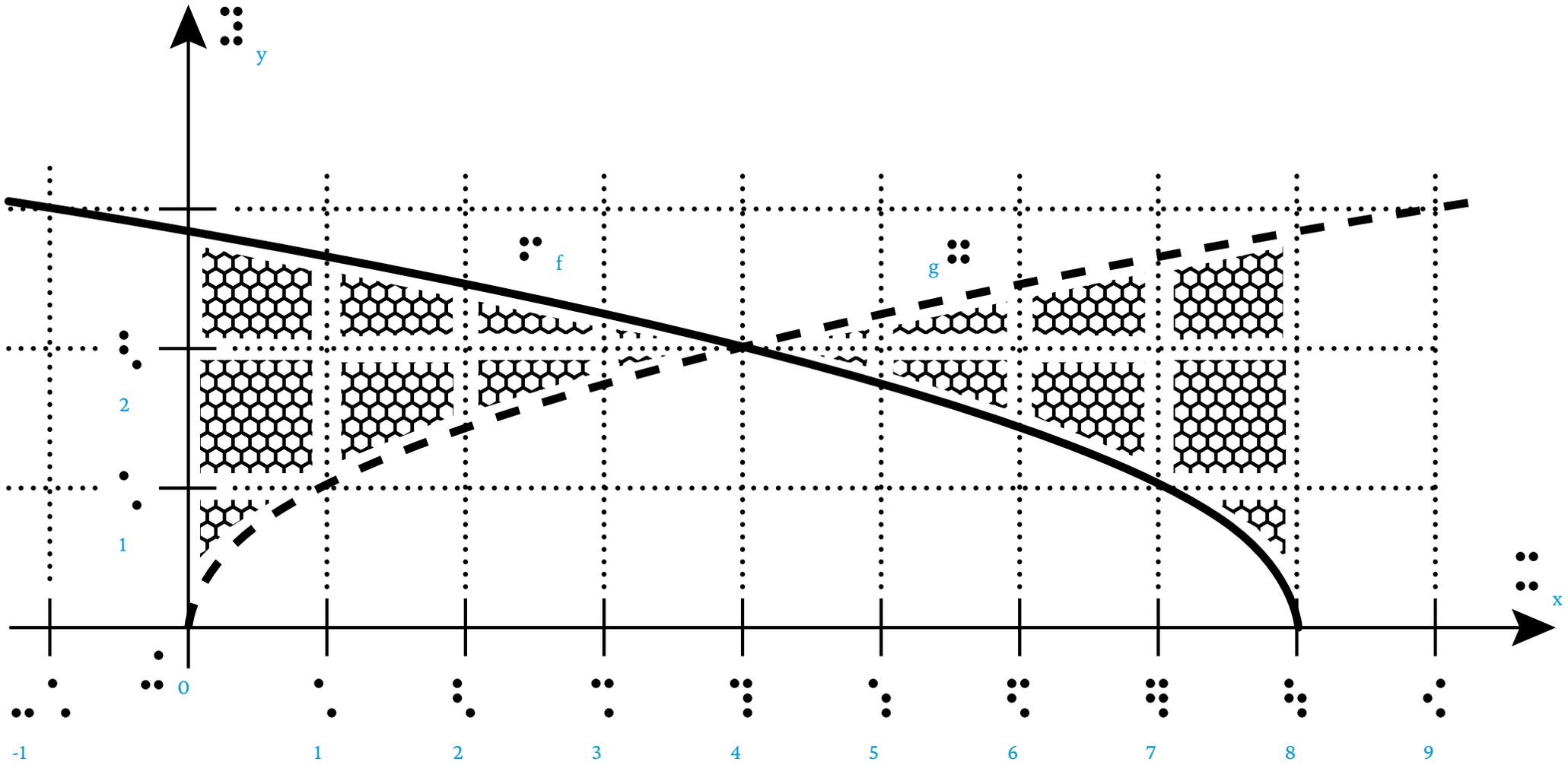
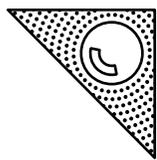
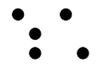
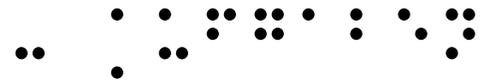
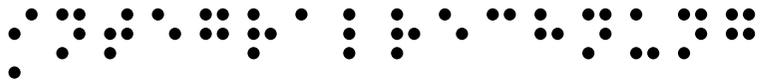
Ermittle mit Hilfe der beiden Graphen den Inhalt A der grün unterlegten Fläche!

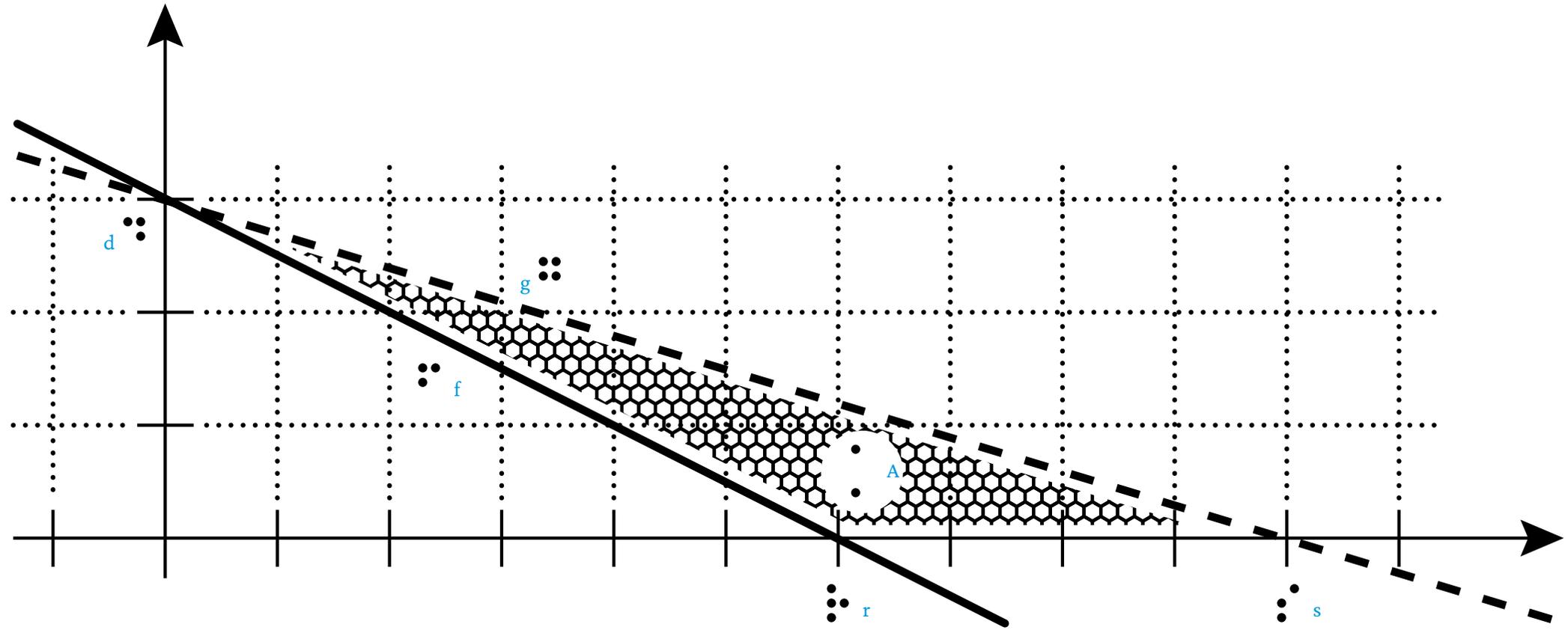
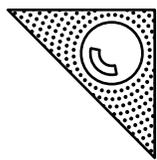
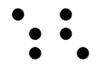
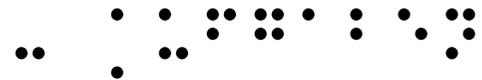
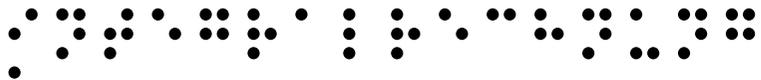
64. Veränderung eines Flüssigkeitsvolumens

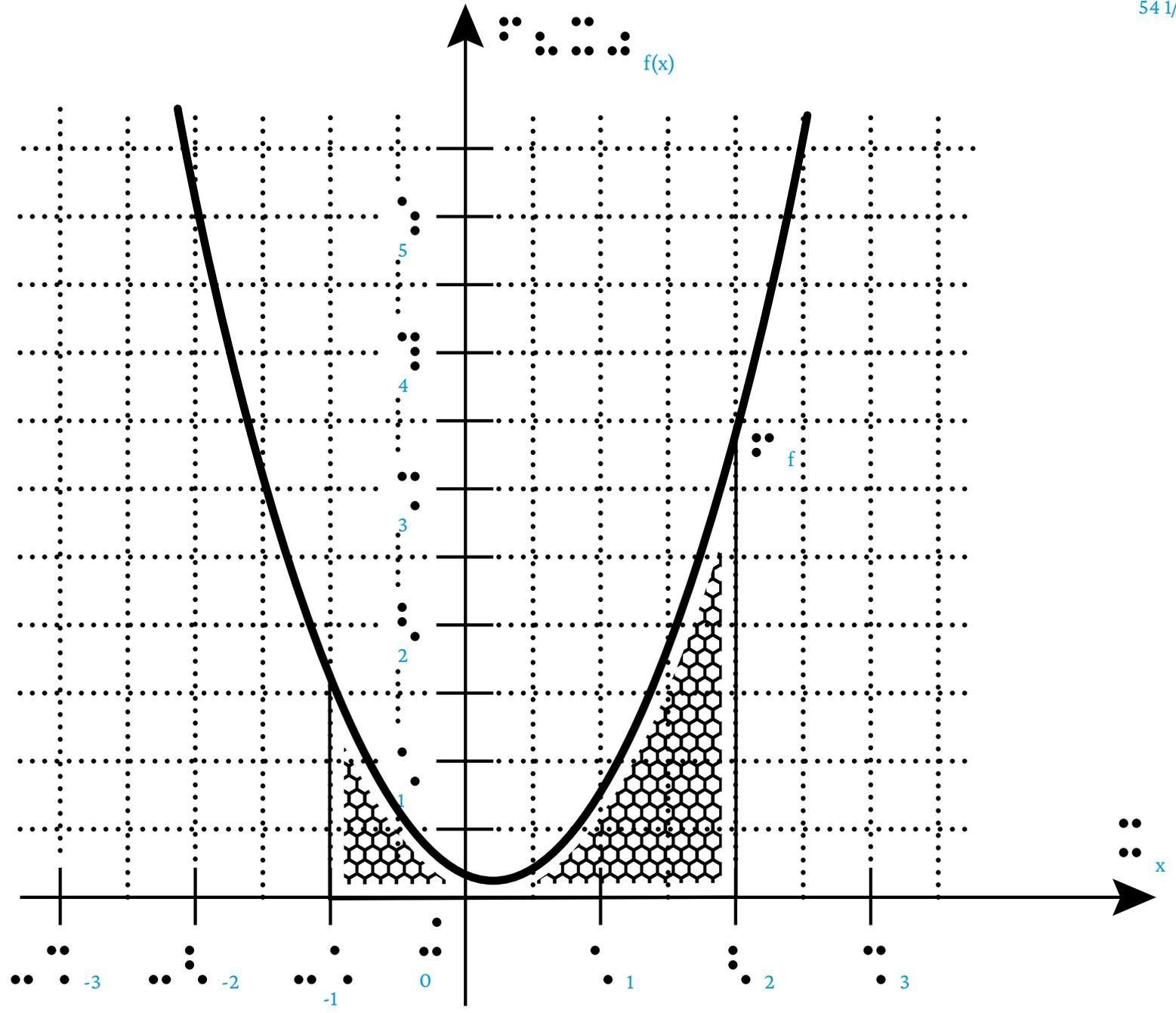
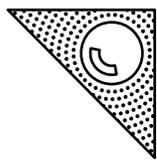
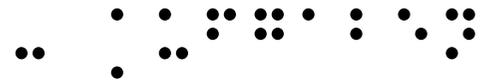
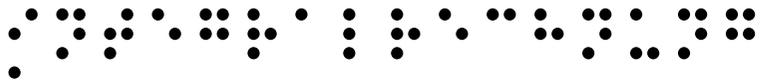
Das in einem Gefäß enthaltene Flüssigkeitsvolumen V ändert sich im Laufe der Zeit t im Zeitintervall $[t_0; t_4]$. Die nebenstehende Abbildung zeigt den Graphen der Funktion V' , die die momentane Änderungsrate des im Gefäß enthaltenen Flüssigkeitsvolumens in diesem Zeitintervall angibt.

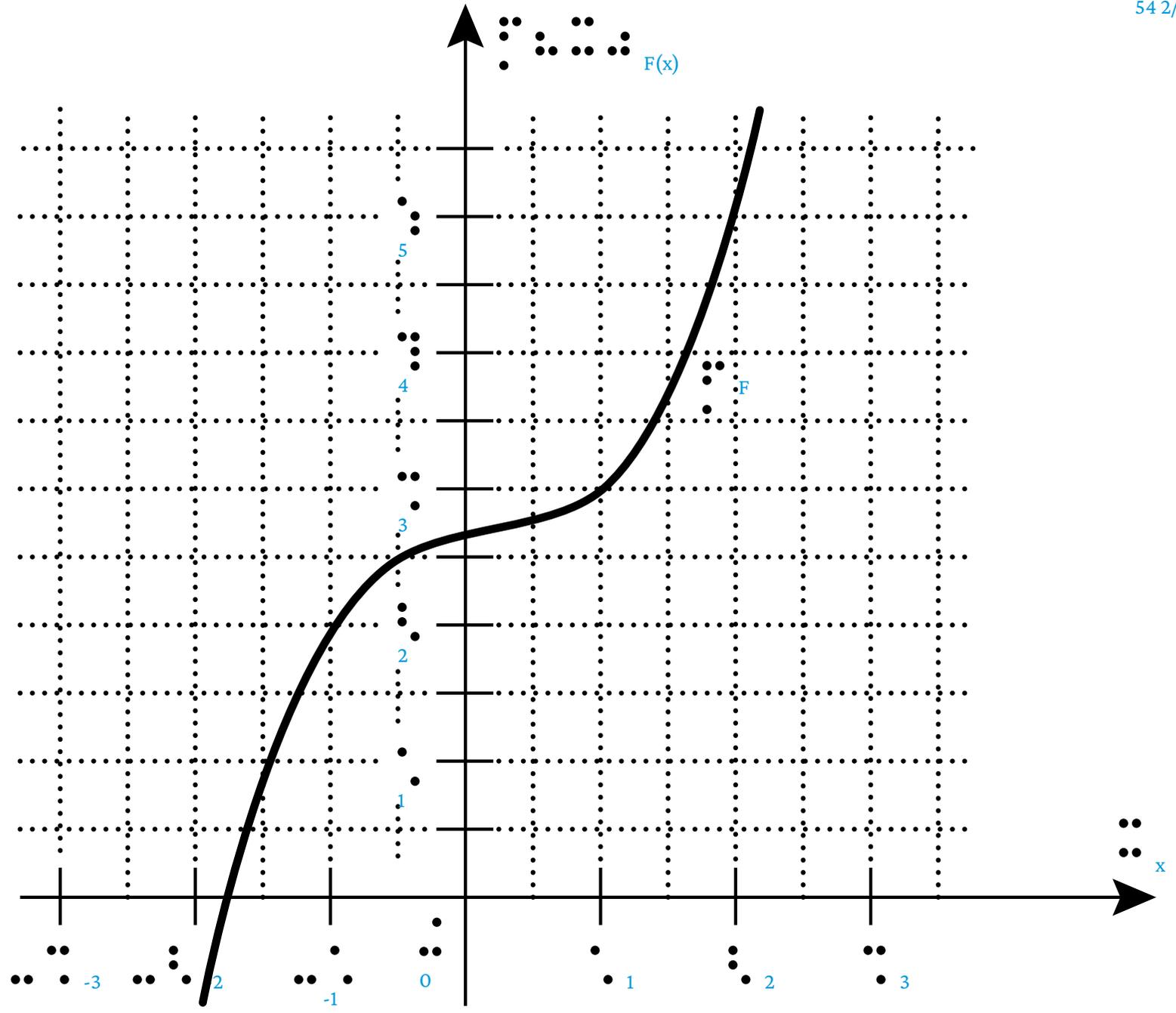
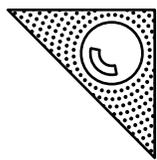
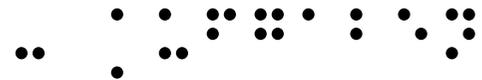
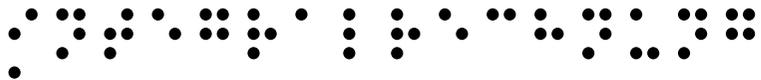
Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an!

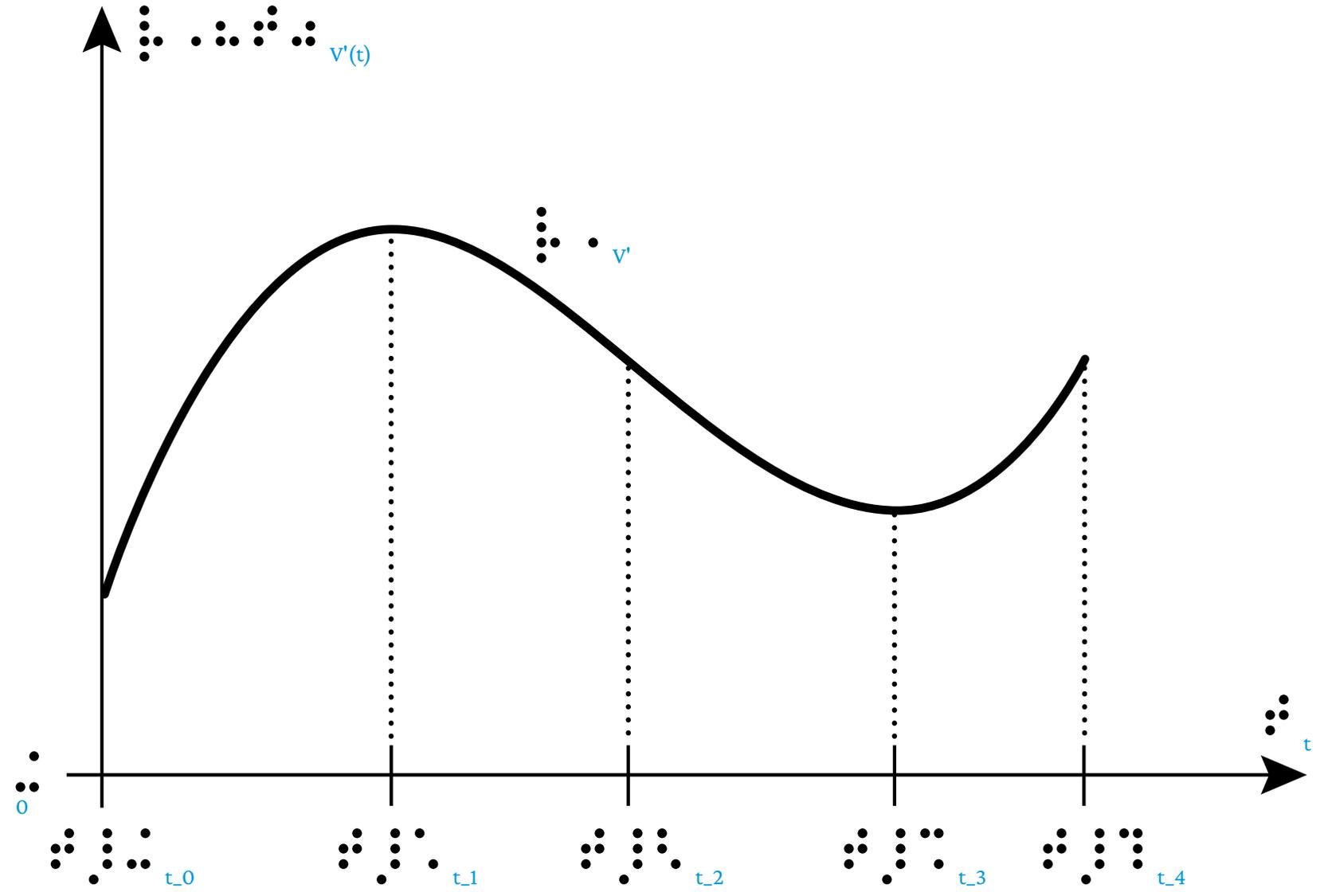
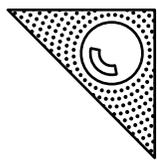
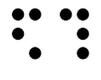
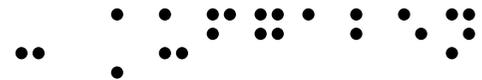
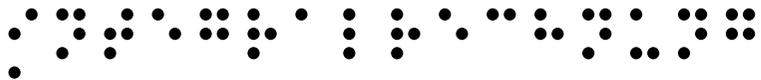








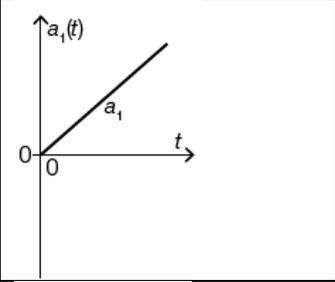
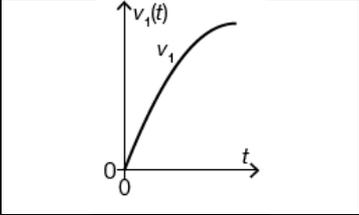
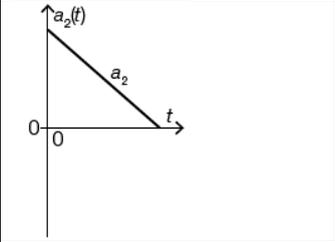
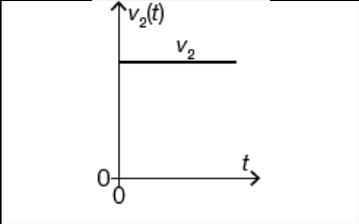
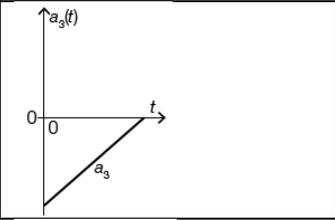
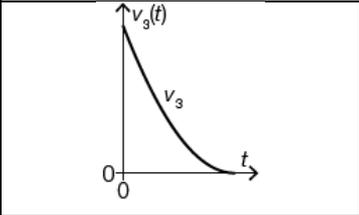
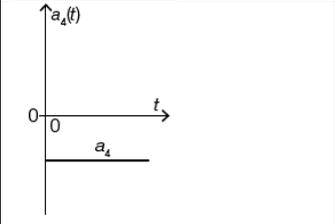
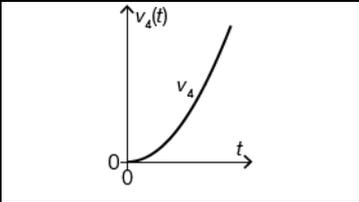
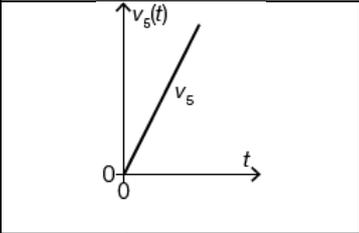




66. Geschwindigkeit und Beschleunigung

Die nachstehenden Abbildungen zeigen die Graphen von vier Beschleunigungsfunktionen (a_1, a_2, a_3, a_4) und von sechs Geschwindigkeitsfunktionen ($v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6$) in Abhängigkeit von der Zeit t .

Ordne den vier Graphen von a_1 bis a_4 jeweils den zugehörigen Graphen v_1 bis v_6 (aus A bis F) zu.

		A	
		B	
		C	
		D	
		E	
		F	