

Inhalt F6 - Sinus- und Cosinusfunktion

Wirkung der Parameter einer Sinusfunktion 1_066.....	2
Lösungsweg 1_066.....	3
Trigonometrische Funktion 1_107.....	4
Möglicher Lösungsweg 1_107.....	5
Variation einer trigonometrischen Funktion 1_108.....	6
Möglicher Lösungsweg 1_108.....	7
Negative Sinusfunktion 1_109.....	8
Möglicher Lösungsweg.....	9
Trigonometrische Funktion skalieren 1_086.....	10
Möglicher Lösungsweg 1_086.....	12
Cosinusfunktion 1_139.....	13
Möglicher Lösungsweg 1_139.....	14
Funktionsterme finden 1_280.....	15
Lösung 1_280.....	16
Graphen von Winkelfunktionen 1_281.....	17
Lösung 1_281.....	19
Zusammenhang zwischen Sinus-und Cosinusfunktion 1_285.....	20
Lösung 1_285.....	21
Luftvolumen 1_282.....	22
Möglicher Lösungsweg 1_285.....	24
Atemzyklus 1_283.....	25
Möglicher Lösungsweg 1_283.....	26
Periodizität 1_284.....	27
Möglicher Lösungsweg.....	28

Wirkung der Parameter einer Sinusfunktion 1_066

Aufgabennummer: 1_066

Prüfungsteil: Typ [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: Zuordnungsformat

Grundkompetenz: FA 6.3

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist eine Sinusfunktion der Art $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$.

Dabei beeinflussen die Parameter a und b das Aussehen des

Graphen von f im Vergleich zum Graphen von $g(x) = \sin(x)$.

|Aufgabenstellung:|

Ordnen Sie den Parameterwerten die entsprechenden Auswirkungen auf das Aussehen von f im Vergleich zu g zu!

A: Dehnung des Graphen der Funktion entlang der x -Achse auf das Doppelte

B: Phasenverschiebung um 2

C: doppelte Frequenz

D: Streckung entlang der y -Achse auf das Doppelte

E: halbe Amplitude

F: Verschiebung entlang der y -Achse um -2

[] $a = 2$

[] $a = 1/2$

[] $b = 2$

[] $b = 1/2$

Lösungsweg 1_066

[D] $a = 2$

[E] $a = 1/2$

[C] $b = 2$

[A] $b = 1/2$

|Lösungsschlüssel|

Die Aufgabe ist nur dann als richtig zu werten, wenn alle
Buchstaben richtig zugeordnet sind.

Trigonometrische Funktion 1_107

Aufgabennummer: 1_107

Prüfungsteil: Typ [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: Konstruktionsformat

Grundkompetenz: FA 6.3

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist der Graph der Funktion $f(x) = \sin(x)$. (Abb. 1_107)

{{Beschreibung der Abbildung:

Koordinatensystem

waagrechte Achse: x ; $[0; 2 \cdot \pi]$, Skalierung: $\pi/2$;

senkrechte Achse: y ; $[-2; 2]$, Skalierung: 1;

Die Periodenlänge ist $2 \cdot \pi$, die Amplitude ist 1.

Die Sinuskurve verläuft durch die Punkte $(0|0)$, $(\pi/2|1)$,

$(\pi|0)$, $(3\pi/2|-1)$ und $(0|0)$ }}

|Aufgabenstellung:|

Zeichnen Sie in die gegebene Abbildung den Graphen der Funktion $g(x) = 2 \cdot \sin(x)$ ein!

Alternativ: Beschreiben Sie den Graphen.

Möglicher Lösungsweg 1_107

(Abb. 1_107_L)

Mögliche Beschreibung:

Die Periodenlänge ist $2 \cdot \pi$, die Amplitude ist 2.

Die Sinuskurve verläuft durch die Punkte $(0|0)$, $(\pi/2|2)$,
 $(\pi|0)$, $(3\pi/2|-2)$ und $(2\pi|0)$

|Lösungsschlüssel|

Die Lösungsfunktion muss mit der in der Lösungserwartung
angegebenen Funktion $g(x)$ in den Nullstellen und Extremwerten
übereinstimmen und die entsprechende Charakteristik aufweisen.

Variation einer trigonometrischen Funktion 1_108

Aufgabennummer: 1_108

Prüfungsteil: Typ [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: Konstruktionsformat

Grundkompetenz: FA 6.3

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist der Graph der Funktion $f(x) = \sin(x)$. (Abb. 1_108)

{{Beschreibung der Abbildung:

Koordinatensystem

waagrechte Achse: x ; $[0; 2 \cdot \pi]$, Skalierung: $\pi/2$;

senkrechte Achse: y ; $[-2; 2]$, Skalierung: 1;

Die Periodenlänge ist $2 \cdot \pi$, die Amplitude ist 1.

Die Sinuskurve verläuft durch die Punkte $(0|0)$, $(\pi/2|1)$,

$(\pi|0)$, $(3\pi/2|-1)$ und $(0|0)$ }}

|Aufgabenstellung:|

Zeichnen Sie in die gegebene Abbildung den Graphen der Funktion $g(x) = \sin(2x)$ ein!

Alternativ: Beschreiben Sie den Graphen.

Möglicher Lösungsweg 1_108

Abb. 1_108_L

Mögliche Beschreibung:

{{Beschreibung der Abbildung:

Koordinatensystem

waagrechte Achse: x ; $[0; 2 \cdot \pi]$, Skalierung: $\pi/2$;

senkrechte Achse: y ; $[-2; 2]$, Skalierung: 1;

Die Periodenlänge ist π , die Amplitude ist 1.

Die Sinuskurve verläuft durch die Punkte $(0|0)$, $(\pi/4|1)$,
 $(\pi/2|0)$, $(3 \cdot \pi/4|-1)$ und $(\pi|0)$ }}

|Lösungsschlüssel|

Die Lösungsfunktion muss mit der in der Lösungserwartung
angegebenen Funktion $g(x)$ in den Nullstellen und Extremwerten
übereinstimmen und die entsprechende Charakteristik aufweisen.

Negative Sinusfunktion 1_109

Aufgabennummer: 1_109

Prüfungsteil: Typ [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: Konstruktionsformat

Grundkompetenz: FA 6.3

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist der Graph der Funktion $f(x) = \sin(x)$. (Abb. 1_109)

{{Beschreibung der Abbildung:

Koordinatensystem

waagrechte Achse: x ; $[0; 2 \cdot \pi]$, Skalierung: $\pi/2$;

senkrechte Achse: y ; $[-2; 2]$, Skalierung: 1;

Die Periodenlänge ist $2 \cdot \pi$, die Amplitude ist 1.

Die Sinuskurve verläuft durch die Punkte $(0|0)$, $(\pi/2|1)$,

$(\pi|0)$, $(3\pi/2|-1)$ und $(0|0)$ }}

|Aufgabenstellung:|

Zeichnen Sie in die gegebene Abbildung den Graphen der Funktion $h(x) = -\sin(x)$ ein!

Alternativ: Beschreiben Sie den Graphen.

[]

Möglicher Lösungsweg

Abb. 1_109_L

Mögliche Beschreibung:

Die Periodenlänge ist $2 \cdot \pi$, die Amplitude ist 1.

Die Sinuskurve verläuft durch die Punkte $(0|0)$, $(\pi/2|-1)$,
 $(\pi|0)$, $(3\pi/2|1)$ und $(0|0)$

|Lösungsschlüssel|

Die Lösungsfunktion muss mit der in der Lösungserwartung
angegebenen Funktion $h(x)$ in den Nullstellen und Extremwerten
übereinstimmen und die entsprechende Charakteristik aufweisen.

Trigonometrische Funktion skalieren 1_086

Aufgabennummer: 1_086

Prüfungsteil: Typ 1 [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: Konstruktionsformat

Grundkompetenz: FA 6.2

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

Gegeben ist der Graph der Funktion $f(x) = \sin(x + \pi/2)$. (Abb. 1_086)

{{Beschreibung der Abbildung:

Koordinatensystem

waagrechte Achse: x; 4 senkrechte Skalierungslinien

senkrechte Achse: y; je 2 waagrechte Skalierungslinien ober und unterhalb der x-Achse

Periodenlänge: [0; 4.senkrechten Skalierungslinie]

Amplitude: 1. waagrechte Skalierungslinie

Der Graph hat einen Hochpunkt an der y-Achse, beginnt fallend im 1. Quadranten, hat 1 Nullstelle an der 1. senkrechten Skalierungslinie, einen Tiefpunkt im 3. Quadranten an der 2. senkrechten Skalierungslinie, eine Nullstelle an der 3. senkrechten Skalierungslinie und einen weiteren Hochpunkt im 1. Quadranten an der 4. Skalierungslinie.}}

|Aufgabenstellung:|

Ergänzen Sie in der nachstehenden Zeichnung die Skalierung in den vorgegebenen vier Kästchen!

Alternativ: Beschreiben Sie den Graphen und geben Sie die Skalierung an.

[]

Möglicher Lösungsweg 1_086

(Abb. 1_086_L)

Mögliche Beschreibung:

Die Skalierung auf der x-Achse: $\pi/2$

Die Periodenlänge der Funktion ist $2 \cdot \pi$, die Amplitude ist 1.

Die Sinuskurve verläuft durch die Punkte $(0|1)$, $(\pi/2|0)$,

$(\pi|-1)$, $(3\pi/2|0)$ und $(2\pi|0)$

|Lösungsschlüssel|

Alle fünf Werte müssen korrekt angegeben sein. Auch die Angabe als Dezimalzahl ist richtig zu werten -vorausgesetzt, es ist mindestens eine Nachkommastelle angegeben.

Cosinusfunktion 1_139

Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten
Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

Aufgabennummer: 1_139

Prüfungsteil: Typ [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: Konstruktionsformat

Grundkompetenz: FA 6.5

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

Die Cosinusfunktion ist eine periodische Funktion.

|Aufgabenstellung:|

Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung die
Koordinatenachsen und deren Skalierung so ein, dass der
angegebene Graph dem Graphen der Cosinusfunktion entspricht!
Die Skalierung beider Achsen muss jeweils zwei Werte umfassen! -
(Abb. 1_139)

Alternativ: Beschreiben Sie den Graphen.

{{Beschreibung der Abbildung:

Cosinusfunktion mit einem unbeschrifteten Raster: senkrechte
Linien verlaufen durch lokale Extremstellen und durch
Nullstellen, eine waagrechte Linie verbindet die Nullstellen,
zwei weitere waagrechte Linien berühren die Extremstellen}}

[]

Möglicher Lösungsweg 1_139

(Abb. 1_139_L)

Mögliche Beschreibung:

Periodenlänge: $2 \cdot \pi$, Amplitude: 1

Abstand der senkrechten Linien: $\pi/2$

Abstand der waagrechten Skalierungslinien von der x-Achse: 1

Der Graph enthält innerhalb des Intervalls $[0; 2 \cdot \pi]$ die Punkte $(0|1)$, $(\pi/2|0)$, $(\pi|-1)$, $(3 \cdot \pi/2|0)$ und $(2 \cdot \pi|1)$

|Lösungsschlüssel|

Die Lösung ist dann als richtig zu werten, wenn auf beiden Achsen mindestens zwei Werte im Bogen-oder Gradmaß richtig gekennzeichnet sind, wobei der Wert 0 für beide Achsen gelten darf. Alle eingezeichneten Werte müssen richtig sein.

Alternativ: Die Beschreibung muss eindeutig sein.

Funktionsterme finden 1_280

Aufgabennummer: 1_280

Prüfungsteil: Typ [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: halboffenes Format

Grundkompetenz: FA 6.1

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

Gegeben sind die Graphen der Funktionen f und g. (Abb. 1_280)

{{Beschreibung der Abbildung:

Koordinatensystem

waagrechte Achse: x; [0; 2 *pi], Skalierung: 'pi/2;

senkrechte Achse: y; [-3; 3], Skalierung: 1;

Der Graph der periodischen Funktion f beginnt im Ursprung steigend, hat den Hochpunkt ('pi/2|3), die Nullstelle bei 'pi, den Tiefpunkt bei (3 *'pi/2|-3) und eine weitere Nullstelle bei '2 *pi.

Der Graph der periodischen Funktion g beginnt im Ursprung fallend, durchläuft im Intervall [0; 2 *pi] drei volle Periodenlängen mit 7 Nullstellen, 3 Hochpunkten und 3 Tiefpunkten. Alle Extremstellen haben den Funktionswert 1.}}

|Aufgabenstellung:|

Geben Sie die Funktionsterme der Funktionen f und g an!

f(x) =[]

g(x) =[]

Lösung 1_280

$f(x) = 3 \cdot \sin(x)$

$g(x) = -\sin(3x)$

|Lösungsschlüssel|

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn beide Terme korrekt angegeben sind.

Graphen von Winkelfunktionen 1_281

Aufgabennummer: 1_281

Prüfungsteil: Typ [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: Zuordnungsformat

Grundkompetenz: FA 6.1

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen der Funktionen f_1 , f_2 , f_3 und f_4 .

(Abb. 1_281_f1 bis 1_281_f4)

|Aufgabenstellung:|

Ordnen Sie den vier dargestellten Funktionsgraphen jeweils die passende Funktionsgleichung zu!

A: 'sin (2x)

B: -'sin(2x)

C: 1/2 *'sin(x)

D: 'cos(x)

E: 'cos(x/2)

F: 3 *'cos(x)

{{Beschreibung der Funktionsgraphen und Wahlmöglichkeit:

Koordinatensystem

waagrechte Achse: x; [0; 2 *'pi], Skalierung: 'pi/2;

senkrechte Achse: y; [-2; 2], Skalierung: 1;

[] f1: Periodenlänge: 2 *'pi, Amplitude: 3, beginnt im

Hochpunkt (0|3), 1. Nullstelle bei 'pi/2

[] f2: Periodenlänge: 2 *'pi, Amplitude: 2, beginnt fallend im

Ursprung, 1 . Tiefpunkt ('pi/2|-2)

[] f3: Periodenlänge: 2 *'pi, Amplitude: 1, beginnt fallend im

Hochpunkt (0|1), 1. Nullstelle bei 'pi/2.

[] f4: Periodenlänge: 2 *'pi, Amplitude: 0,5, beginnt steigend

im Ursprung, 1 . Hochpunkt ('pi/2|0,5)}}}

Lösung 1_281

[F] f1

[B] f2

[D] f3

[C] f4

|Lösungsschlüssel|

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn alle vier Buchstaben
richtig zugeordnet sind.

Zusammenhang zwischen Sinus-und Cosinusfunktion 1_285

Aufgabennummer: 1_285

Prüfungsteil: Typ 1 [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)

Grundkompetenz: FA 6.5

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

Die Funktion 'cos(x) kann auch durch eine allgemeine Sinusfunktion beschrieben werden.

|Aufgabenstellung:|

Welche der nachstehend angeführten Sinusfunktionen beschreiben die Funktion 'cos(x)?

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Funktionen an!

[] 'sin(x +2 *'pi)

[] 'sin(x +'pi/2)

[] 'sin(x/2 -'pi)

[] sin((x -'pi)/2)

[] sin(x -3 *'pi/2)

Lösung 1_285

```
[ ]  
[x] 'sin(x +'pi/2)  
[ ]  
[ ]  
[x] sin(x -3 *'pi/2)
```

|Lösungsschlüssel|

Ein Punkt ist nur dann zu geben, wenn genau zwei Funktionen
angekreuzt sind und beide Kreuze richtig gesetzt sind.

Luftvolumen 1_282

Aufgabennummer: 1_282

Prüfungsteil: Typ [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: offenes Format

Grundkompetenz: FA 6.2

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

Der Luftstrom beim Ein-und Ausatmen einer Person im Ruhezustand ändert sich in Abhängigkeit von der Zeit nach einer Funktion f .

Zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnt ein Atemzyklus.

$f(t)$ ist die bewegte Luftmenge in Litern pro Sekunde zum Zeitpunkt t in Sekunden.

$F(t)$ beschreibt das zum Zeitpunkt t in der Lunge vorhandene Luftvolumen, abgesehen vom Restvolumen.

(Datenquelle: Timischl, W. (1995). Biomathematik: Eine Einführung für Biologen und Mediziner. 2. Auflage. Wien u. a.: Springer.)

|Aufgabenstellung:|

Bestimmen Sie $F(2,5)$ und interpretieren Sie den Wert! (Abb. 1_282)

{{Beschreibung der Abbildung:

Koordinatensystem

waagrechte Achse: t ; $[0; 10]$, Skalierung: 1;

senkrechte Achse:

$f(t)$; $[-0,6; 0,8]$, Skalierung: 0,2;

$F(t)$; $[0; 0,8]$, Skalierung: 0,2;

$f(t)$: periodische Funktion, Periodenlänge: 10, Amplitude: 0,5, beginnt im Ursprung steigen, 1. Hochpunkt $(2,5|0,5)$, 1.

Nullstelle bei 5, 1. Tiefpunkt $(7,5|-0,5)$

$F(t)$: Periodenlänge: 5, Amplitude: 0,8, beginnt steigend im Ursprung, 1. Hochpunkt $(2,5|0,8)$, Nullstelle und Tiefpunkt

$(5|0)$, 2. Hochpunkt $(7,5|0,8)$, nächste Nullstelle und nächster Tiefpunkt $(10|0)$ }}

[]

Möglicher Lösungsweg 1_285

$F(2,5) = 0,8$

Das insgesamt eingeatmete Luftvolumen beträgt nach 2,5 Sekunden
0,8 Liter.

|Lösungsschlüssel|

Ein Punkt wird für den richtigen Zahlenwert und eine sinngemäß
richtige Interpretation vergeben.

Atemzyklus 1_283

Aufgabennummer: 1_283

Prüfungsteil: Typ [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: offenes Format

Grundkompetenz: FA 6.4

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

Der Luftstrom beim Ein-und Ausatmen einer Person im Ruhezustand ändert sich in Abhängigkeit von der Zeit nach einer Funktion f . Zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnt ein Atemzyklus. $f(t)$ ist die bewegte Luftmenge in Litern pro Sekunde zum Zeitpunkt t in Sekunden und wird durch die Gleichung $f(t) = 0,5 \cdot \sin(0,4 \cdot \pi \cdot t)$ festgelegt.

(Datenquelle: Timischl, W. (1995). Biomathematik: Eine Einführung für Biologen und Mediziner. 2. Auflage. Wien u. a.: Springer.)

|Aufgabenstellung:|

Berechnen Sie die Dauer eines gesamten Atemzyklus!

[]

Möglicher Lösungsweg 1_283

Periodenlänge: $2 \cdot \pi = 0,4 \cdot \pi \cdot t$, $t = 5$

Ein Atemzyklus dauert fünf Sekunden.

Im Zeitintervall $[0; 2,5]$ wird eingeatmet, von 2,5 bis 5 Sekunden wird ausgeatmet.

|Lösungsschlüssel|

Ein Punkt wird für die richtige Zeitangabe $t = 5$ Sekunden vergeben.

Periodizität 1_284

Aufgabennummer: 1_284

Prüfungsteil: Typ [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: halboffenes Format

Grundkompetenz: FA 6.4

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen f_1 , f_2 und f_3 von Funktionen der Form $f(x) = \sin(b \cdot x)$. (Abb. 1_284)

{{Beschreibung der Abbildung:

Koordinatensystem

waagrechte Achse: x ;

senkrechte Achse: y ;

Die Graphen der drei Funktionen beginnen steigend im Ursprung und haben die gleiche Amplitude. Sie beginnen steigend im Ursprung. Die Funktion f_1 hat nach 4 senkrechten Skalierungslinien eine Periodenlänge erreicht, die Funktion f_2 nach 2, die Funktion f_3 nach 8.}}

$f_1(x) = \sin(x)$

$f_2(x) = \sin(2x)$

$f_3(x) = \sin(x/2)$

|Aufgabenstellung:|

Bestimmen Sie jeweils die der Funktion entsprechende primitive (kleinste) Periode p !

$p_1 = []$

$p_2 = []$

$p_3 = []$

Möglicher Lösungsweg

```
p_1 =2 *'pi
```

```
p_2 ='pi
```

```
p_3 =4 *'pi
```

```
---
```

```
|Lösungsschlüssel|
```

Die Aufgabe gilt als richtig gelöst, wenn alle drei Werte korrekt angegeben und den Funktionen richtig zugeordnet sind.

```
-----
```