Wachstum

Aufgabennummer: 1_005	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (x aus 5)	Grundkompetenz: AN 1.4

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Wachstum tritt in der Natur fast nie unbegrenzt auf, es erreicht einmal eine gewisse Grenze (Sättigung). Diese Sättigungsgrenze sei K. Der vorhandene Bestand zum Zeitpunkt n sei x_n.

Zur Beschreibung vieler Vorgänge (Wachstum von Populationen, Ausbreitung von Krankheiten oder Informationen, Erwärmung etc.) verwendet man folgendes mathematisches Modell:

$x_{n+1} - x_n = r \cdot (K - x_n)$ mit $r \in \mathbb{R}^+$, $0 < r < 1$ (r ist ein Proportionalitätsfaktor)

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die auf dieses Modell zutreffende(n) Aussage(n) an!

Diese Gleichung kann als eine lineare Differenzengleichung der Form $x_{n+1} = a \cdot x_n + b$ gedeutet werden.	☐
Der Zuwachs pro Zeiteinheit ist proportional zum momentanen Bestand.	☐
Es liegt ein kontinuierliches Wachstumsmodell vor, d. h., man kann zu jedem beliebigen Zeitpunkt die Größe des Bestands errechnen.	☐
Der Zuwachs bei diesem Wachstum ist proportional zur noch verfügbaren Restkapazität (= Freiraum).	☐
Mit zunehmender Zeit wird der Zuwachs immer geringer.	☐

Lösungsweg

Diese Gleichung kann als eine lineare Differenzengleichung der Form $x_{n+1} = a \cdot x_n + b$ gedeutet werden.	☒
Der Zuwachs pro Zeiteinheit ist proportional zum momentanen Bestand.	
Es liegt ein kontinuierliches Wachstumsmodell vor, d. h., man kann zu jedem beliebigen Zeitpunkt die Größe des Bestands errechnen.	
Der Zuwachs bei diesem Wachstum ist proportional zur noch verfügbaren Restkapazität (= Freiraum).	☒
Mit zunehmender Zeit wird der Zuwachs immer geringer.	☒

Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die drei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

Wirkstoffe im Körper

Aufgabennummer: 1_006	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Lückentext	Grundkompetenz: AN 1.4

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☒ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Ein Patient, der an Bluthochdruck leidet, muss auf ärztliche Empfehlung ab sofort täglich am Morgen eine Tablette mit Wirkstoffgehalt 100 mg zur Therapie einnehmen. Der Körper scheidet im Laufe eines Tages 80 % des Wirkstoffs wieder aus.

Die Wirkstoffmenge W_n im Körper des Patienten nach n Tagen kann daher (rekursiv) aus der Menge des Vortags W_{n-1} nach folgender Beziehung bestimmt werden:

$W_n = 0{,}2 \cdot W_{n-1} + 100$, $W_0 = 100$ (W_i in mg)

In welcher Weise wird sich die Wirkstoffmenge im Körper des Patienten langfristig entwickeln?

Aufgabenstellung:

Die beiden Textfelder sind so zu ergänzen, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht. Kreuzen Sie dazu in der ersten und der zweiten Spalte jeweils die passende Aussage an!

Die Wirkstoffmenge im Körper des Patienten wird langfristig ___①___, weil ___②___.

①	
unbeschränkt wachsen	☐
beschränkt wachsen	☐
wieder sinken	☐

②	
der Körper des Patienten mit steigendem Wirkstoffgehalt im Körper absolut immer mehr abbaut und damit der Abbau letztlich die Zufuhr übersteigt	☐
dem Körper täglich zusätzlicher Wirkstoff zugeführt wird, der nur zu 80 % abgebaut werden kann, und somit die Zufuhr im Vergleich zum Abbau überwiegt	☐
der Körper des Patienten mit steigendem Wirkstoffgehalt im Körper absolut immer mehr davon abbaut, auch wenn der Prozentsatz gleich bleibt	☐

Lösungsweg

Die Wirkstoffmenge im Körper des Patienten wird langfristig ____①____, weil ____②____.

①	
unbeschränkt wachsen	
beschränkt wachsen	☒
wieder sinken	

②	
der Körper des Patienten mit steigendem Wirkstoffgehalt im Körper absolut immer mehr abbaut und damit der Abbau letztlich die Zufuhr übersteigt	
dem Körper täglich zusätzlicher Wirkstoff zugeführt wird, der nur zu 80 % abgebaut werden kann, und somit die Zufuhr im Vergleich zum Abbau überwiegt	
der Körper des Patienten mit steigendem Wirkstoffgehalt im Körper absolut immer mehr davon abbaut, auch wenn der Prozentsatz gleich bleibt	☒

Lösungsschlüssel

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Aussagen angekreuzt sind.

Höhe einer Pflanze

Aufgabennummer: 1_225	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: halboffenes Format	Grundkompetenz: AN 1.4

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☐ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Die Höhe x einer Pflanze wächst in einem gewissen Zeitraum um 4 % pro Woche.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie eine Differenzengleichung auf, die die Entwicklung der Höhe dieser Pflanze beschreibt! Dabei wird n in Wochen angegeben.

$x_0 = 20$

$x_{n+1} - x_n =$ _____

Lösungsweg

$x_{n+1} - x_n = 0{,}04\ x_n$

Lösungsschlüssel

Ein Punkt wird für die Angabe einer zur Lösungserwartung äquivalenten Gleichung vergeben.

Wirkstoff

Aufgabennummer: 1_310	Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐
Aufgabenformat: Multiple Choice (1 aus 6)	Grundkompetenz: AN 1.4

☒ keine Hilfsmittel erforderlich	☐ gewohnte Hilfsmittel möglich	☐ besondere Technologie erforderlich

Eine Person beginnt mit der Einnahme eines Medikaments und wiederholt die Einnahme alle 24 Stunden. Sie führt dem Körper dabei jeweils 125 µg eines Wirkstoffs zu. Innerhalb eines Tages werden jeweils 70 % der im Körper vorhandenen Menge des Wirkstoffs abgebaut.

Aufgabenstellung:

Die Wirkstoffmenge x_n (in µg) gibt die vorhandene Menge des Wirkstoffs im Körper dieser Person nach n Tagen unmittelbar nach Einnahme des Wirkstoffs an und kann modellhaft durch eine Differenzengleichung beschrieben werden.
Kreuzen Sie die entsprechende Gleichung an!

$x_{n+1} = (x_n + 125) \cdot 0{,}3$	☐
$x_{n+1} = 0{,}3 \cdot x_n + 125$	☐
$x_{n+1} = 1{,}3 \cdot x_n - 125$	☐
$x_{n+1} = x_n + 125 \cdot 0{,}7$	☐
$x_{n+1} = (x_n - 125) \cdot 0{,}7$	☐
$x_{n+1} = (x_n - 0{,}3) \cdot 125$	☐

Lösung

$x_{n+1} = 0{,}3 \cdot x_n + 125$	☒

Lösungsschlüssel

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die laut Lösungserwartung richtige Antwortmöglichkeit angekreuzt ist.