

## Inhalt AG4 – Trigonometrie

Rechtwinkeliges Dreieck 1_059 .....	2
Lösungsweg 1_059 .....	3
Winkelfunktion 1_092 .....	4
Möglicher Lösungsweg .....	4
Winkelfunktionen 1_116 .....	5
Möglicher Lösungsweg 1_092 .....	5
Rechtwinkeliges Dreieck 1_134 .....	6
Möglicher Lösungsweg .....	7
Einheitskreis 1_160 .....	8
Möglicher Lösungsweg 1_160 .....	9
Dennis Tito 1_219 .....	10
Möglicher Lösungsweg 1_219 .....	11
Raumdiagonale beim Würfel 1_220 .....	12
Möglicher Lösungsweg 1_220 .....	12
Sonnenradius 1_221 .....	13
Möglicher Lösungsweg 1_221 .....	14
Winkelfunktionen im Einheitskreis 1_222 .....	15
Möglicher Lösungsweg .....	16
Winkelfunktionswert 1_223 .....	17
Möglicher Lösungsweg .....	18

## Rechtwinkeliges Dreieck 1\_059

Aufgabennummer: 1\_059 Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐

Aufgabenformat: Multiple Choice (2 aus 5)

Grundkompetenz: AG 4.1

☒ keine Hilfsmittel erforderlich

☒ gewohnte Hilfsmittel möglich

☐ besondere Technologie erforderlich

-----

Gegeben ist ein rechtwinkeliges Dreieck wie in nebenstehender Skizze.

---

|Aufgabenstellung:|

Welche der nachfolgenden Aussagen sind für das abgebildete Dreieck zutreffend? (Abb. 1\_059)

---

{{Beschreibung der Abbildung:

Von einem rechtwinkligen Dreieck ABC mit der Hypotenuse b sind die Längen der Seiten  $a = 36$ ,  $b = 39$  und  $c = 15$  gegeben. Der rechte Winkel 'be liegt zwischen den Seiten a und c, 'al liegt gegenüber a und 'ga gegenüber c.}}

---

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

☐  $\tan('al) = 5/13$

☐  $\cos('al) = 13/12$

☐  $\sin('ga) = 5/13$

☐  $\cos('ga) = 12/13$

☐  $\tan('ga) = 12/5$

-----

## Lösungsweg 1\_059

☐☐☒ 'sin('ga ) =5/13☒ 'cos('ga ) =12/13☐

---

|Lösungsschlüssel|

Die Aufgabe gilt nur dann als richtig gelöst, wenn genau die zwei zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt sind.

-----

## Winkelfunktion 1\_092

Aufgabennummer: 1\_092

Prüfungsteil: Typ 1 [X] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: halboffenes Format

Grundkompetenz: AG 4.1

[X] keine Hilfsmittel erforderlich

[-] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

-----

Gegeben ist ein rechtwinkeliges Dreieck: (Abb. 1\_092)

---

{{Beschreibung der Abbildung:

In einem rechtwinkelligen Dreieck sind die Katheten  $u$  und  $v$  und die Hypotenuse  $w$ . Der Winkel  $\psi$  liegt gegenüber der Seite  $v$ , der Winkel  $\phi$  liegt gegenüber der Seite  $u$ . Der rechte Winkel liegt gegenüber der Seite  $w$ .

---

|Aufgabenstellung:|

Geben Sie  $\tan(\psi)$  in Abhängigkeit von den Seitenlängen  $u$ ,  $v$  und  $w$  an!

$\tan(\psi) = []$

-----

## Möglicher Lösungsweg

$\tan(\psi) = v/u$

---

|Lösungsschlüssel|

Alle Ausdrücke, die zu dem in der Lösungserwartung angegebenen Ausdruck äquivalent sind, sind als richtig zu werten.

-----

## Winkelfunktionen 1\_116

(Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2012 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/1807>) entnommen.)

-----

Aufgabennummer: 1\_116

Prüfungsteil: Typ 1 [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: offenes Format

Grundkompetenz: AG 4.2

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

-----

Gegeben ist das Intervall  $[0^\circ; 360^\circ]$ .

---

|Aufgabenstellung|

Nennen Sie alle Winkel 'al im gegebenen Intervall, für die gilt:

'sin('al) = 'cos('al).

[ ]

-----

## Möglicher Lösungsweg 1\_092

'al\_1 = 45° oder 'al\_1 = 'pi/4

'al\_2 = 225° oder 'al\_2 = 5 \* 'pi/4

---

|Lösungsschlüssel|

Die Lösung gilt nur dann als richtig, wenn beide Werte (egal ob im Grad- oder Bogenmaß) richtig angegeben sind.

-----

## Rechtwinkeliges Dreieck 1\_134

Diese Aufgabe wurde dem im Oktober 2013 publizierten Kompetenzcheck (vgl. <https://www.bifie.at/node/2389>) entnommen.

---

Aufgabennummer: 1\_134

Prüfungsteil: Typ 1 [X] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: offenes Format

Grundkompetenz: AG 4.1

[X] keine Hilfsmittel erforderlich

[-] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

-----

Von einem rechtwinkligen Dreieck ABC sind die Längen der Seiten a und c gegeben. (Abb. 1\_134)

---

{{Beschreibung der Abbildung:

Ein rechtwinkeliges Dreieck ABC hat die Hypotenuse b und die Katheten a und c. 'a<sub>1</sub> liegt gegenüber der Seite a.}}

---

|Aufgabenstellung:|

Geben Sie eine Formel für die Berechnung des Winkels 'a<sub>1</sub> an!

[ ]

-----

## Möglicher Lösungsweg

'al ='tan<sup>(-1)</sup>(a|c)

oder 'al ='arctan(a/c)

oder tan('al) =a/c

---

|Lösungsschlüssel|

Als nicht richtig zu werten sind Umformungsketten, die die Gleichheit verletzen, wie z. B.:

'al ='tan('al) =a/c ='tan<sup>(-1)</sup>(a/c).

Formeln, bei denen b durch a und c ausgedrückt wird, sind ebenso als richtig zu werten, wie z. B.: sin('al) =a/(<sup>w</sup>(a<sup>2</sup> + c<sup>2</sup>)).

-----

## Einheitskreis 1\_160

Diese Aufgabe wurde der im Mai 2013 publizierten Probeklausur  
(vgl. <https://www.bifie.at/node/2231>) entnommen.

---

Aufgabennummer: 1\_160

Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐

Aufgabenformat: halboffenes Format

Grundkompetenz: AG 4.2

☒ keine Hilfsmittel erforderlich

☐ gewohnte Hilfsmittel möglich

☐ besondere Technologie erforderlich

-----

Der Punkt  $P = (-4/5 | 3/5)$  liegt auf dem Einheitskreis.

---

|Aufgabenstellung:|

Bestimmen Sie für den in der Abbildung markierten Winkel 'al den  
Wert von 'sin('al )! (Abb. 1\_160)

---

{{Beschreibung der Abbildung:

Einheitskreis mit dem Radius 1 und dem Mittelpunkt im Ursprung.

$P = (-4/5 | 3/5)$  liegt auf der Kreislinie im 2. Quadranten. Der

Radius von P zum Ursprung ist ebenso eingezeichnet wie der

Winkel 'al zwischen der positiven x-Achse und dem Punkt P (gegen  
den Uhrzeigersinn)}}}

-----

'sin('al ) =[]

-----



### Möglicher Lösungsweg 1\_160

'sin('al ) =3/5

oder 'sin('al ) =0,6

---

|Lösungsschlüssel|

1 Punkt für die richtige Lösung

-----

## Dennis Tito 1\_219

Aufgabennummer: 1\_219

Prüfungsteil: Typ 1 [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: offenes Format

Grundkompetenz: AG 4.1

[-] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

-----

Dennis Tito, der 2001 als erster Weltraumtourist unterwegs war, sah die Erdoberfläche unter einem Sehwinkel von  $142^\circ$ . (Abb. 1\_219)

---

{{Beschreibung der Abbildung:

Die Eckpunkte eines Deltoids sind der Betrachter Tito, der Erdmittelpunkt und die beiden äußersten Punkte, die Tito von der Erde sieht. Die Strecke Betrachter - Erdmittelpunkt ist eine Diagonale. Sie setzt sich aus dem Radius  $r$  und der Höhe  $h$  zusammen. Diese Diagonale halbiert den Sehwinkel und teilt das Deltoid in zwei kongruente rechtwinkelige Dreiecke. Eine Kathete ist jeweils der Radius  $r$ . Der Radius liegt dem halben Sehwinkel ( $71^\circ$ ) gegenüber. Die Diagonale ist die Hypotenuse dieser Dreiecke.}}

---

|Aufgabenstellung:|

Berechnen Sie, wie hoch ( $h$ ) über der Erdoberfläche sich Dennis Tito befand, wenn vereinfacht die Erde als Kugel mit einem Radius  $r = 6370$  km angenommen wird!

Geben Sie das Ergebnis auf ganze Kilometer gerundet an!

[ ]

-----

## Möglicher Lösungsweg 1\_219

$$\sin(71^\circ) = r / (r + h)$$

$$r + h = r / \sin(71^\circ)$$

$$h = r / \sin(71^\circ) - r$$

$$h = 6737,044 - 6370$$

$$h = 367,044$$

Dennis Tito befand sich (in diesem Augenblick) rund 367 km über der Erdoberfläche.

---

|Lösungsschlüssel|

Die Aufgabe ist dann als richtig gelöst zu werten, wenn das Ergebnis im Intervall [367; 368] liegt.

-----

## Raumdiagonale beim Würfel 1\_220

Aufgabennummer: 1\_220

Prüfungsteil: Typ 1 [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: offenes Format

Grundkompetenz: AG 4.1

[x] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[] besondere Technologie erforderlich

-----

Gegeben ist ein Würfel mit der Seitenlänge a.

---

|Aufgabenstellung|

Berechnen Sie die Größe des Winkels 'ph zwischen einer  
Raumdiagonalen und einer Seitenflächendiagonalen eines Würfels!

[]

-----

## Möglicher Lösungsweg 1\_220

$\tan('ph) = a/d_1 = a/(a \cdot \sqrt{2}) = \sqrt{2}/2 \rightarrow 'ph \sim 35^\circ$

---

|Lösungsschlüssel|

Ein Punkt wird vergeben, wenn 'ph aus dem Lösungsintervall  $[35^\circ;$   
 $36^\circ]$  ist.

-----

## Sonnenradius 1\_221

Aufgabennummer: 1\_221

Prüfungsteil: Typ 1 [x] Typ 2 [-]

Aufgabenformat: halboffenes Format

Grundkompetenz: AG 4.1

[-] keine Hilfsmittel erforderlich

[x] gewohnte Hilfsmittel möglich

[-] besondere Technologie erforderlich

-----

Die Sonne erscheint von der Erde aus unter einem Sehwinkel von  $\alpha \approx 0,52^\circ$ .

Die Entfernung der Erde vom Mittelpunkt der Sonne beträgt ca.  $150 \cdot 10^6$  km.

---

|Aufgabenstellung:|

Geben Sie eine Formel zur Berechnung des Sonnenradius an und berechnen Sie den Radius! (Abb. 1\_221)

---

{{Beschreibung der Abbildung:

Das Deltoid hat die Diagonale  $e$  (Entfernung Erdmittelpunkt und Sonnenmittelpunkt) und den Winkel  $\alpha = 0,52^\circ$  beim Erdmittelpunkt. Die Diagonale teilt das Deltoid in zwei rechtwinkelige Dreiecke und halbiert den Winkel  $\alpha$ .}}

---

$r = []$

$r = []$  km

-----

### Möglicher Lösungsweg 1\_221

$$r = 150 \cdot 10^6 \cdot \sin(0,26^\circ)$$

$$r = 6,8 \cdot 10^5 \text{ km}$$

---

|Lösungsschlüssel|

Alle zu der in der Lösungserwartung angegebenen Formel äquivalenten Terme sind als richtig zu werten. Die Maßzahl für den Radius muss aus dem Intervall  $[6 \cdot 10^5; 7 \cdot 10^5]$  sein.

-----

## Winkelfunktionen im Einheitskreis 1\_222

Aufgabennummer: 1\_222

Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐

Aufgabenformat: Konstruktionsformat

Grundkompetenz: AG 4.2

☒ keine Hilfsmittel erforderlich

☐ gewohnte Hilfsmittel möglich

☐ besondere Technologie erforderlich

-----

In der nachstehenden Abbildung ist ein Winkelfunktionswert eines Winkels 'be am Einheitskreis farbig dargestellt. (Abb. 1\_222)

---

{{Beschreibung der Abbildung:

Einheitskreis mit dem Radius 1. Der Winkelfunktionswert ist als

Strecke dargestellt. Sie führt von der x-Achse senkrecht zur

Kreislinie im 3. Quadranten.}}

---

|Aufgabenstellung:|

Geben Sie an, um welche Winkelfunktion es sich dabei handelt, und zeichnen Sie alle Winkel im Einheitskreis ein, die diesen Winkelfunktionswert besitzen!

Kennzeichnen Sie diese durch Winkelbögen!

Alternativ: Wählen Sie eine geeignete Beschreibung

---

☐

-----

## Möglicher Lösungsweg

```
'sin('be )
```

```
---
```

Alternativ: Spiegelung der Strecke an der y-Achse. Die beiden Kreisbögen führen jeweils von der positiven x-Achse gegen den Uhrzeigersinn zu den beiden Strecken.

```
---
```

```
|Lösungsschlüssel|
```

Die Aufgabe ist nur dann richtig gelöst, wenn die Winkelfunktion angegeben wurde und beide Winkelbögen korrekt eingezeichnet sind. Es besteht kein Genauigkeitsanspruch, dennoch sollten die Symmetrien erkennbar sein.

```
-----
```



## Winkelfunktionswert 1\_223

Aufgabennummer: 1\_223

Prüfungsteil: Typ 1 ☒ Typ 2 ☐

Aufgabenformat: Konstruktionsformat

Grundkompetenz: AG 4.2

☒ keine Hilfsmittel erforderlich

☐ gewohnte Hilfsmittel möglich

☐ besondere Technologie erforderlich

-----

In der nachstehenden Abbildung (Abb. 1\_223) ist ein Winkelfunktionswert eines Winkels 'ga am Einheitskreis farbig dargestellt.

---

{{Beschreibung der Abbildung:

Einheitskreis mit dem Radius 1. Der Winkelfunktionswert ist als Strecke dargestellt. Sie liegt auf der x-Achse, ist kleiner als 1 und endet im 1. Quadranten.}}

---

|Aufgabenstellung:|

Geben Sie an, um welche Winkelfunktion es sich dabei handelt, und zeichnen Sie alle Winkel im Einheitskreis ein, die diesen Winkelfunktionswert besitzen! Kennzeichnen Sie diese durch Winkelbögen!

☐

-----

## Möglicher Lösungsweg

'cos ('ga )

---

**Alternativ:** Eine Strecke vom Endpunkt der abgebildeten Strecke führt senkrecht zur Kreislinie im 1. Quadranten und zum 4. Quadranten.

---

|Lösungsschlüssel|

Die Aufgabe ist nur dann richtig gelöst, wenn die Winkelfunktion angegeben wurde und beide Winkelbögen korrekt eingezeichnet sind. Es besteht kein Genauigkeitsanspruch, dennoch sollten die Symmetrien erkennbar sein.

-----