Schülerzahlen

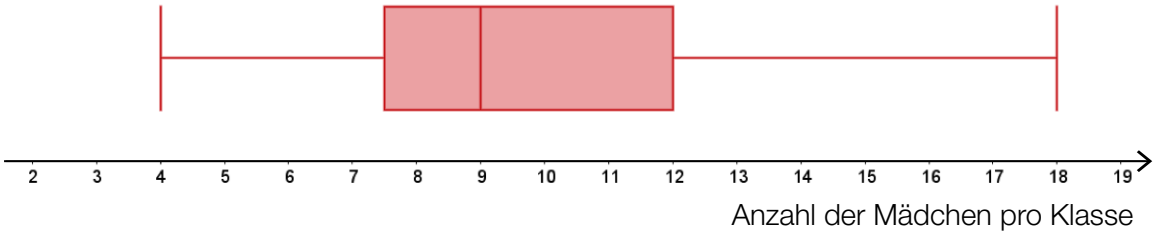
Aufgabennummer: A_215

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

a) An einer höheren Schule sind n Schülerinnen und Schüler angemeldet. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich eine Schülerin oder ein Schüler am ersten Schultag wieder abmeldet, liegt erfahrungsgemäß bei 5 %.

– Interpretieren Sie folgenden mathematischen Ausdruck im Sachzusammenhang:
$n \cdot 0{,}05$
– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich von 53 angemeldeten Schülerinnen und Schülern keine/keiner am ersten Schultag wieder abmeldet.

b) In einer Schule kann die Anzahl der Mädchen in den einzelnen Klassen durch den nachstehenden Boxplot dargestellt werden.



– Lesen Sie aus dem Boxplot die Spannweite sowie den Median ab.

Ein Mädchen wechselt während des Schuljahres von einer Klasse zur anderen.
Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]*

Der Median könnte sich ändern.	☐
Der Median wird sich ändern, das arithmetische Mittel wird gleich bleiben.	☐
Das arithmetische Mittel könnte sich ändern.	☐
Das arithmetische Mittel wird sich ändern, der Median wird gleich bleiben.	☐
Sowohl der Median als auch das arithmetische Mittel werden sich ändern.	☐

c) Die Entwicklung der Anzahl der Schüler/innen aller BHS in Oberösterreich in den Jahren 2000 bis 2013 lässt sich näherungsweise mithilfe der Funktion N beschreiben.

$N(t) = -35{,}5 \cdot t^2 + 635 \cdot t + 22\,072$

t ... Zeit in Jahren seit dem Jahr 2000 ($t = 0$ für das Jahr 2000)
$N(t)$ ... Anzahl der Schüler/innen zur Zeit t

– Berechnen Sie den mittleren Anstieg der Anzahl der Schüler/innen im Zeitraum von 2000 bis 2008.

Ab dem Jahr 2009 ist die Anzahl der Schüler/innen rückläufig. Experten gehen davon aus, dass der tiefste Wert (Minimum) im Jahr 2018 erreicht ist.

Es soll eine Polynomfunktion 3. Grades S erstellt werden, die den gleichen Anfangswert und den gleichen Extremwert wie die Funktion N hat und die Prognose für das Jahr 2018 berücksichtigt.

$S(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$

$S(t)$ … Anzahl der Schüler/innen zur Zeit t

– Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b, c und d.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) $n \cdot 0{,}05$ beschreibt bei n angemeldeten Schülerinnen und Schülern die zu erwartende Anzahl derer, die sich am ersten Schultag wieder abmelden.

X … Anzahl derjenigen Schüler/innen, die sich am ersten Schultag abmelden

Bionomialverteilung mit $n = 53$ und $p = 0{,}05$:

$P(X = 0) = 0{,}0659... \approx 6{,}6\ \%$

b) Der Median ist 9. Die Spannweite beträgt 14.

Der Median könnte sich ändern.	☒
[...]	
[...]	
[...]	
[...]	

c) $\dfrac{N(8) - N(0)}{8 - 0} = \dfrac{24\,880 - 22\,072}{8} = 351$

Der mittlere Anstieg der Anzahl der Schüler/innen im Zeitraum von 2000 bis 2008 beträgt 351 Schüler/innen pro Jahr.

Berechnung des Hochpunkts $(t_{max} | N_{max})$ von N mittels Technologieeinsatz:

$t_{max} = \dfrac{635}{71}$, $N_{max} \approx 24\,912$

Gleichungssystem:

I: $S(0) = 22\,072$ bzw. $d = 22\,072$

II: $S(t_{max}) = N_{max}$ bzw. $a \cdot \left(\dfrac{635}{71}\right)^3 + b \cdot \left(\dfrac{635}{71}\right)^2 + c \cdot \left(\dfrac{635}{71}\right) + d = 24\,912$

III: $S'(t_{max}) = 0$ bzw. $a \cdot 3 \cdot \left(\dfrac{635}{71}\right)^2 + b \cdot 2 \cdot \left(\dfrac{635}{71}\right) + c = 0$

IV: $S'(18) = 0$ bzw. $a \cdot 3 \cdot 18^2 + b \cdot 2 \cdot 18 + c = 0$

Klassifikation

☒ Teil A ☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 5 Stochastik
b) 5 Stochastik
c) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

a) —
b) —
c) 2 Algebra und Geometrie

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) C Interpretieren und Kommunizieren
b) C Interpretieren und Kommunizieren
c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

a) B Operieren und Technologieeinsatz
b) —
c) A Modellieren und Transferieren

Schwierigkeitsgrad:

a) leicht
b) mittel
c) schwer

Punkteanzahl:

a) 2
b) 2
c) 3

Thema: Sonstiges

Quellen: —